"Elektromagnetische Prozesse bei leichten Atomkernen"

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors

der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik

der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

Homero Aquiles Velazquez Campos

aus León Gto. Mexico

1981

81 292

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548919_0049

"Elektromagnetische Prozesse bei leichten Atomkernen"

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors

der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik

der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

Homero Aquiles Velazquez Campos

aus León Gto. Mexico

1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Mai 1981
Dekan: R. Hübener
1. Berichterstatter: P. Kramer
2. Berichterstatter K. Wildermuth

I wish to express my appreciation to my advisor Prof. Dr. P. Kramer for his guidance and help in this research work and thank Prof. Dr. K. Wildermuth for many fruitful discussions.

I wish to thank also the Comisión de Operación y Fomento de Actividades Academicas del I.P.N; the Banco de México S.A. and the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología for their financial support during my doctoral studies.

A b s t r a c t

VELAZQUEZ, HOMERO:

ELEKTROMAGNETISCHE PROZESSE BEI LEICHTEN ATOMKERNEN

Im Rahmen des Clustermodells mit Supermultiplettentwicklung wird die Algebra von Oszillatorclusterkonfigurationen entwickelt. Mit dieser Algebra und den Auswahlregeln für elektromagnetische Multipolübergänge werden elektromagnetische Übergangsmatrixelemente und Strahlungsbreiten bestimmt.
Die elektromagnetischen Übergangswahrscheinlichkeiten zeigen insbesondere in Abhängigkeit der Bahnpartition große Unterschiede, welche in unmittelbarem Zusammenhang mit den verschiedenen Austauschanteilen stehen. Detaillierte Rechnungen für die γ-Übergänge im ^{6}Li Kern werden dargestellt.

ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN LIGHT NUCLEI

With the framework of the cluster model within the supermultiplet scheme is developed algebra for oscillator cluster configurations. With this algebra and the selection rules for electromagnetic multipole transitions we calculate transition matrix elements and radiative widths.
The electromagnetic transition probabilities show big differences. Responsible for this are the exchange terms of the orbital partitions of our oscillator cluster configurations. Detailed calculations are presented for the case of γ-radiative capture transitions in ^{6}Li nucleus.

Inhaltverzeichnis

Einleitung und Überblick 1

A) Elektromagnetische Multipolfelder

A1.- Entwicklung des Feldes nach Multipolen 4
Hamiltonoperator für elektromagnetische Wechselwirkung 7

A2.- Berechnung von Matrixelemente mit harmonischen Oszillatorfunktionen 9

A3.- Berechnung der Radialintegrale 14
Berechnung des Bahnteils des Dipoloperators 20

B) Zustandfunktionen für Oszillatorcluster-Ansatz und Supermultiplettentwicklung

B1.- Klassifizierung der Basisfunktionen 22

B2.- Bahnbasisfunktionen.Der Clusteransatz im Supermultiplettschema 27

B3.- Reduktion der Matrixelemente auf Austauschintegrale 29

C) Berechnung von elektromagnetischen Übergangsoperatoren im Oszillatorclusteransatz

C1.- Allgemeine Eigenschaften der elektromagntischen Übergänge im A-Teilchensysteme.Fall des ^{6}Li Kerns 35

C2.- (a) Oscillator Cluster Parent States 37
(b) Relativvektoren und ihre Transformationen 41

C3.- Zwei Cluster: Berechnung der Bahnaustausch- und Normintegrale für γ_0 und γ_1 Übergänge 47

C4.- Drei Cluster : Berechnung der Bahnaustausch- und Normintegrale für γ_0 Übergänge 56

C5.- Spin-Isospinmatrixelemente 71

D) Ergebnise

D1.- Theoretische Berechnung des Energieschemas von ^{6}Li Kern und ihre Auswertung in Bezug auf elastische Streu- und Strahlungseinfangexperimente. 74

D2.- Ausgewählte elektromagnetische Übergänge
Quantitative Diskussion über ihre verschiedene Größe
(a) Verhältniss zwischen den Matrixelementen 8
(b) Strahlungsbreiten im Cluster- und Schalmodell.Ein Vergleich 8
D3.- Breit-Wigner-Einniveauresonanzformel.Berechnung von Γ_t. 9
Parameterberechnung,Wirkungsquerschnitte und ihre Auswertung in Bezug auf experimentelle Ergebnise für
(a) Resonanz γ_0 - [411] 9
(b) Resonanz γ_0 - [33] 10
(c) Resonanzen γ_1 - [33] 12
D4.- Zusammenfassung und Schlußfolgerungen 14
Literaturverzeichnis 14

Einleitung

Die gegenwärtigen experimentelle Arbeiten zu Photoeinfang Photospaltung und elastische Streuung im leichten Kernen, insbesondere beim ^{6}Li Kern (Siehe VE 71,VE 73,VL 77) zeigen Resonanzen,welche man bestimmten Spins,Bahn- und Gesamtdrehimpulsen und Isospin zuordnen kann.
Die heutige theoretischen Betrachtungen solche Prozesse sind unzureichend,weil

1.- Sie meist die Fragmentierung nicht enthalten
2.- Sie nur normale Paritätzustände berechnen
3.- Sie keine Supermultiplett-Klassifizierung machen

Im Gegensatz zu diesem Sachverhalt zeigen die theoretische Rechnungen mittels des Clustermodells mit Supermultiplettentwicklung KR 81,SC 74, Resonanzen mit dominanten Bahnpartitionen.
Dieses Verfahren entwickelt die Algebra für Permutationen der Oszillatorkonfigurationen,welche die Berechnung mittels Zweiteilchenmatrixelementen für Kernpotentiale erlauben und zur Berechnung des Energieschemas eines Kerns führen.
Dieses Arbeit ist die Fortsetzung der obene geschilderten Forschungsrichtung,da darin die Algebra für Permutationen von Oszillatorclusterkonfigurationen für elektromagnetische Multipoloperatoren entwickelt wird.
Mit dieser Algebra und den Auswahlregeln für elektromagnetische Multipolübergänge ist man in der Lage,elektromagnetische Übergangsmatrixelemente zu berechnen und folglich Strahlungsbreiten zu bekommen.
Detaillierte Rechnungen für die γ-Übergänge im ^{6}Li Kern sind in dieser Arbeit dargestellt.
Ausgangspunkt des Verfahrens ist das Supermultiplettmodell von Wigner.Ihn liegt die Einsicht zugrunde,daß die meisten Kerneigenschaften nicht von Spin und Isospin abhängen.
Daher baut man antisymmetrische Funktionen aus Bahn- und Spin-Isospinfunktionen auf wobei sich die Bahnzustände nach Darstellungen

der Permutationsgruppe S(n) der n Nukleonen transformieren.
Zu jeder solchen Bahnfunktion,welche durch eine Bahnpartition $f = \{f_1, f_2, \ldots, f_k\}$ charakterisiert ist,gibt es im allgemeinen verschiedene Spin-Isospinfunktionen,welche zusammen ein Supermultiplett ausmachen.
Im Supermultiplettschema kommt ein Clusteransatz eine analoge Bedoutung zu wie den Einteilchenfunktion im Schalenmodelle:einfache Regeln besagen,welche Supermultipletts mit welche Multiplizität daraus nach Antisymmetrisierung gewonnen werden können. Diesen Ansatz legen wir der Arbeit zugrunde.
Dann gehen wir einen Schritt weiter und beschreiben im Oszillatorclustermodell sowohl die internen (unangeregten) als auch die relativen Bewegungen der Cluster durch eine einzige Oszillatorbasis.

Überblick:

Im Kapitel A berechnen wir nach der Behandlung des Hamiltonoperators für elektromagnetische WW Matrixelemente eines elektrisches Dipoloperators mit harmonischen Oszillatorfunktionen.

Bei den Radialintegralberechnung führen wir ein exaktes Verfahren ein,das soweit uns bekannt ist,bisher nicht entwickelt worden ist.

Im Kapitel B geben wir ein allgemeine Betrachtung des Verfahrens und im Kapitel C entwickeln wir im allen Einzelheiten ein Beispiel des Verfahrens,angewandt auf γ_0 und γ_1 elektromagnetische Übergänge im ^{6}Li.

Schließlich werten wir im Kapitel C mittels eines Zwischenkernansatzes und eines zweistufigen Reaktionsansatzes unsere Ergebnisse in Bezug auf Photoeinfang Photospaltung und elastische Streu- Experimente aus.

Kapitel A

Elektromagnetische Multipolfelder

A1.- Entwicklung des Feldes nach Multipolen.Hamiltonoperator für die elektromagnetische Wechselwirkung.

A2.- Berechnung von Matrixelementen mit harmonischen Oszillatorfunktionen.

A3.- Berechnung der Radialintegrale.Berechnung des Bahnanteils des Dipoloperators.

Kapitel A

Elektromagnetische Multipolfelder

A1.- Entwicklung des Feldes nach Multipolen

Zur Beschreibung von elektromagnetischen Übergängen eines Atomkerns ist es zweckmäßig das Strahlungsfeld in Multipolwellen zu entwickeln, Multipolwellen mit bestimmtem Drehimpuls, da solche Prozesse nur für gegebene Drehimpuls- und Energiewerte des Strahlungsfeldes stattfinden können.

Wir können das γ-Strahlungsfeld durch ein Vektorpotential $\underset{\sim}{A}$ ausdrücken, das der Gleichung eines freien ebenen elektromagnetischen Feldes genügt

$$\Delta \underset{\sim}{A} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \underset{\sim}{A} = 0 \qquad (1)$$

Wir verlangen auch die Transversalitätsbedingung für unsere elektromagnetischen Wellen, d.h.

$$\operatorname{div} \underset{\sim}{A} = 0 \qquad (2)$$

Wir entwickeln unser Vektorpotential in Kugelwellen um das Kernzentrum. Dann begrenzen wir das Strahlungsfeld durch eine Kugel mit Radius R, eine Kugel mit perfekt reflektierenden Wänden, d.h. die tangentialen Komponenten unseres Vektorpotentials auf den Kugeloberflächen sind Null

$$\underset{\sim}{A}_{tan} = 0 \qquad (3)$$

Zur Betrachtung des Winkelanteils unseres Vektorpotential führen wir die so-genannten Vektorkugelfunktionen (VKF) ein.
Zum diesem Ziel nehmen wir anstatt der gewöhnlichen kartesischen Vektorbasis eine sphärische Vektorbasis

$$\underset{\sim}{e}_{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\underset{\sim}{e}_1 \pm i \underset{\sim}{e}_2 \right) ; \quad \underset{\sim}{e}_0 = \underset{\sim}{e}_3 \qquad (4)$$

und koppeln sie zu den gewöhnlichen Kugelfunktionen $Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$ mittels Wignerkoeffizienten

$$\underset{\sim}{X}_{\kappa\rho} = \underset{\sim}{Y}^{(\lambda 1)\kappa}_{\rho} = \sum_{\mu q} Y_{\lambda\mu} \, \underset{\sim}{e}_q \, \langle \lambda\mu \, 1q \,|\, \kappa\rho \rangle \qquad (5)$$

Es ist leicht zu beweisen ED 57 Absch. 5.9, daß die neuen Einheitsvektoren zu einem Drehimpuls S mit dem ‚Spin' S = 1 Eigenvektoren sind.

Sei $S = (\underset{\sim}{e}_1 X, \underset{\sim}{e}_2 Y, \underset{\sim}{e}_3 X)$ (6)

so $\underset{\sim}{S}^2 \underset{\sim}{e}_q = 2\, \underset{\sim}{e}_q$

$S_z \underset{\sim}{e}_q = q\, \underset{\sim}{e}_q$ (7)

Zugleich ist es beweisbar ED 57 Formel 5.9.18 bis 5.9.20, daß die VKF Eigenfunktionen des Gesamtdrehimpulses $\underset{\sim}{J}$ und seiner Projektion J_z sind

$$\underset{\sim}{J}^2 \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\lambda 1)\kappa} = \kappa(\kappa+1)\, \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\lambda 1)\kappa} \qquad (8.a)$$

$$J_z \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\lambda 1)\kappa} = \rho\, \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\lambda 1)\kappa} \qquad (8.b)$$

Wir definieren

$$\underset{\sim}{X}_{\lambda\mu} = \underset{\sim}{Y}_\mu^{(\lambda 1)\lambda} = \left[\lambda(\lambda+1)\right]^{-1/2} \underset{\sim}{L}\, Y_{\lambda\mu} \qquad (9)$$

Zur Betrachtung des Radialanteils unseres Vektorpotential nehmen wir die sphärischen Besselfunktionen $j_\lambda(kr)$, die den folgenden Rekurrenzbeziehungen gehorchen

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\lambda}{r}\right) j_\lambda(kr) = -k\, j_{\lambda+1}(kr) \qquad (10.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\lambda+1}{r}\right) j_\lambda(kr) = k\, j_{\lambda-1}(kr) \qquad (10.b)$$

(wobei k = Wellenzahl)

Mittels dieser Ausdrücke erhält man ED 57 Seite 79

$$\mathrm{rot}\, j_\kappa \underset{\sim}{X}_{\kappa\rho} = i\kappa \left(\frac{\kappa}{2\kappa+1}\right)^{1/2} j_{\kappa+1} \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\kappa+1\,1)\kappa} + i\kappa \left(\frac{\kappa+1}{2\kappa+1}\right)^{1/2} j_{\kappa-1} \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\kappa-1\,1)\kappa} \qquad (11.a)$$

$$\mathrm{rot}\, j_{\kappa+1} \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\kappa+1\,1)\kappa} = i\kappa\, j_\kappa \left(\frac{\kappa}{2\kappa+1}\right)^{1/2} \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\kappa+1\,1)\kappa} \qquad (11.b)$$

$$\mathrm{rot}\, j_{\kappa-1} \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\kappa-1\,1)\kappa} = -i\kappa\, j_\kappa \left(\frac{\kappa+1}{2\kappa+1}\right)^{1/2} \underset{\sim}{Y}_\rho^{(\kappa-1\,1)\kappa} \qquad (11.c)$$

Mittels der oben entwickelten Formeln schreiben wir unsere Vektorpotential RO 67 Seite 454 als

$$\underset{\sim}{A}^{E}_{\lambda\mu}(\underset{\sim}{r}) = k^{-2}\,\mathrm{rot}\left\{ C^{E} j_{\lambda}(kr)\,\underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}\right\} \qquad (12.a)$$

$$\underset{\sim}{A}^{M}_{\lambda\mu}(\underset{\sim}{r}) = -i\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{k}}\; C^{M} j_{\lambda}(kr)\,\underset{\sim}{X}_{\lambda\mu} \qquad (12.b)$$

$$\underset{\sim}{B}^{\sigma}_{\lambda\mu} = \mathrm{rot}\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} \qquad (12.c)$$

wobei $\sigma = E, M$; $C^{E} = \sqrt{\dfrac{\mu_0 c \hbar k^3}{R}}$, $C^{M} = k^2\sqrt{\dfrac{4\pi\hbar k^3}{\varepsilon_0 R}}$

Die oben aufgeschriebenen Felder haben die folgenden Eigenschaften
1.- Sie sind Lösungen der Vektor-Helmholtzgleichung mit Divergenz Null, und sie sind zugleich eine vollständige, nicht singuläre, orthonormierte Funktionsmenge. Auf diese Weise läßt sich jede Vektorfunktion, die keinerlei Singularität enthält und deren tangentiale Komponenten für r = R Null sind, in eine Reihe von $\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu}$ entwickeln.
2.- Jede Vektorkomponente von $\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu}$ ist eine Eigenfunktion der Gesamtdrehimpulsoperatoren, d.h. wenn $\underset{\sim}{L} + \underset{\sim}{S} = \underset{\sim}{J}$, so

$$\underset{\sim}{J}^{2}\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} = \lambda(\lambda+1)\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} \qquad (13.a)$$

$$J_z\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} = \mu\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} \qquad (13.b)$$

$$\underset{\sim}{S}^{2}\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} = s(s+1)\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} \qquad (13.c)$$

Die letzte Gleichung ist nur gültig für S = 1 .
3.- Das Vektorpotential $\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu}$ entspricht einer Zerlegung des elektromagnetischen Feldes in elektrische und magnetische Multipole da

$$\underset{\sim}{E}^{\sigma}_{\lambda\mu} = i\,k\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} \qquad (14.a)$$

$$\underset{\sim}{H}^{\sigma}_{\lambda\mu} = \mathrm{rot}\,\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu} \qquad (14.b)$$

und

$$\underset{\sim}{E}^{E}_{\lambda\mu} = + \underset{\sim}{H}^{M}_{\lambda\mu} = i\,\mathrm{rot}\,\underset{\sim}{L}\,j_\lambda\,\underset{\sim}{Y}_{\lambda\mu} \qquad (15.a)$$

$$\underset{\sim}{E}^{M}_{\lambda\mu} = - \underset{\sim}{H}^{E}_{\lambda\mu} = - k\,\underset{\sim}{L}\,j_\lambda\,\underset{\sim}{Y}_{\lambda\mu} \qquad (15.b)$$

auch haben wir

$$\underset{\sim}{r}\cdot\underset{\sim}{E}^{M}_{\lambda\mu} = \underset{\sim}{r}\cdot\underset{\sim}{H}^{E}_{\lambda\mu} = 0 \qquad (16)$$

Das heißt: ein elektrisches Multipolfeld hat nicht verschwindende elektrische Radialkomponenten, jedoch keine magnetischen Radialkomponenten. Dagegen hat ein magnetisches Multipolfeld nicht verschwindende magnetische Radialkomponenten, aber keine elektrischen Radialkomponenten.

Beide Lösungen $\underset{\sim}{A}^{E}_{\lambda\mu}$ und $\underset{\sim}{A}^{M}_{\lambda\mu}$ haben entgegengesetzte Parität und zwar $(-)^{\lambda+1}$, $(-)^{\lambda}$ entsprechend.

Zusammengefaßt: Wenn die Zahlen k, λ, μ und die Parität des Vektorpotential $\underset{\sim}{A}^{\sigma}_{\lambda\mu}$ gegeben sind, ist dieses eindeutig bestimmt.

Der Hamiltonoperator für die elektromagnetische Wechselwirkung

Nach der zeitabhängigen Störungstheorie HE 47, ist die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit für ein Quantensystem von einem Anfangszustand ψ_i zu einem Endzustand ψ_f durch die sogenannte goldene Regel gegeben

$$W(\lambda) = \frac{2\pi}{\hbar}\,\rho_f\,|\langle\psi_f|\,\mathcal{H}'\,|\psi_i\rangle|^2 \qquad (17)$$

wobei $\mathcal{H}'$ die Störung ist, $\langle\psi_f|\,\mathcal{H}'\,|\psi_i\rangle$ ist das Matrixelement, ρ_f ist die Anzahl der zur Verfügung stehenden Endzustände pro Energieintervall.

Der Fall der einzelnen geladenen Teilchen

Betrachten wir die spontane Strahlungsabsorption durch ein Proton das sich im gemeinsamen Potential der anderen Nukleonen bewegt.

Nehmen wir an, daß das gemeinsame Potential ein Zentralpotential ist, zeitunabhängig und unabhängig von der Protonengeschwindigkeit. Der nicht-relativistische Hamiltonoperator für dies Proton im elektromagnetischen Feld lautet

$$\mathcal{H} = \frac{(\underset{\sim}{p} - q_e \underset{\sim}{A})^2}{2m_p} + V(r) - \mu_p \frac{q_e \hbar}{2m_p} \underset{\sim}{\sigma} \underset{\sim}{H} \qquad (18)$$

wobei m_p = Protonmasse, $\mu_p \frac{q_e \hbar}{2m_p c}$ = magnetisches Moment

$\underset{\sim}{H}$ = äußeres Magnetfeld, $\underset{\sim}{\sigma}$ = Pauli Spinvektor, $\underset{\sim}{p}$ = Impulsoperator

Die erste Ordnung für die Wechselwirkung zwischen dem Proton und dem elektromagnetischen Feld ist durch die Ausdrücke gegeben

RO 67
$$\mathcal{H}' = -\frac{q_e}{m_p} \frac{\underset{\sim}{p}\cdot\underset{\sim}{A} + \underset{\sim}{A}\cdot\underset{\sim}{p}}{2} - \mu_p \frac{q_e \hbar}{2m_p} \underset{\sim}{\sigma}\cdot\underset{\sim}{H} \qquad (19)$$

Den quadratische Term $\frac{q^2 A^2}{2m_p}$ haben wir vernachlässigt als eine Störung zweiter Ordnung.

Da $\underset{\sim}{p}\cdot\underset{\sim}{A}\psi = (\underset{\sim}{p}\cdot\underset{\sim}{A})\psi + \underset{\sim}{A}\cdot(\underset{\sim}{p}\psi)$ aber $\underset{\sim}{p}\cdot\underset{\sim}{A} = \mathrm{div}\underset{\sim}{A} = 0$ nach Glg (2) so können wir die Glg. (19) schreiben für

elektrische Multipole

$$\mathcal{H}'(\underset{\sim}{A}^E_{\lambda\mu}) = -\sqrt{\frac{\mu_0 c \hbar}{k R}} \frac{q_e}{m_p} \underset{\sim}{p}\cdot\mathrm{rot}\, j_\lambda \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu} + \frac{\hbar q_e k^2}{2m_p} \mu_p \underset{\sim}{\sigma}\cdot(j_\lambda \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}) \qquad (2$$

für magnetische Multipole

$$\mathcal{H}'(\underset{\sim}{A}^M_{\lambda\mu}) = i k \sqrt{\frac{\mu_0 c \hbar}{k R}} \frac{q_e}{m_p}\left(\underset{\sim}{p}\cdot j_\lambda \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu}\right) + \frac{\hbar q_e}{2m_p} \mu_p \underset{\sim}{\sigma}\cdot\mathrm{rot}\, j_\lambda \underset{\sim}{X}_{\lambda\mu} \qquad (2$$

für ρ_f haben wir den Ausdruck $\rho_f = \frac{R}{\pi\hbar c}$ (21)

A2.- Berechnung von Matrixelementen mit harmonischen Oszillator-Funktionen

Reduzierte Matrixelemente des Multipolfeldes:
Ein beliebiger Vektor $\underset{\sim}{V}$ hat in unserer sphärischen Vektorbasis den Ausdruck

$$\underset{\sim}{V} = \sum_q V_q \, \underset{\sim}{e}^*_q \qquad q = \pm 1, 0 \qquad (22)$$

wobei $V_q = \underset{\sim}{V} \cdot \underset{\sim}{e}_q = \underset{\sim}{e}_q \cdot \underset{\sim}{V}$ die Komponenten bezüglich dieser Basis sind.
Wir bilden das Skalarprodukt

$$\underset{\sim}{V} \cdot j_\lambda \underset{m\rho}{Y}^{(\lambda 1)\kappa} = \sum_{\mu q} V_q \, j_\lambda Y_{\lambda\mu} \langle \lambda\mu 1 q | \kappa \rho \rangle \qquad (23)$$

das sich auch ausdrücken läßt als

$$\underset{\sim}{V} \cdot j_\lambda \underset{m\rho}{Y}^{(\lambda 1)\kappa} = (-)^{\kappa-1-\lambda} \left[V' j_\lambda Y^\lambda \right]^\kappa_\rho \qquad (24)$$

Nach Anwendung der Formel für die Kopplung zweier Tensoren, die auf dasselbe System wirken ED 57 Formel 7.1.1 , haben wir

$$\langle \ell' \| \underset{\sim}{V} \cdot j_\lambda \underset{m\rho}{Y}^{(\lambda 1)\rho} \| \ell \rangle = (-)^{\kappa-1-\lambda} \left[2\kappa+1 \right]^{1/2} (-)^{\kappa+\ell+\ell'} \times \sum_{\gamma'' \ell''} \begin{Bmatrix} 1 & \lambda & \kappa \\ \ell & \ell' & \ell'' \end{Bmatrix} \left(\gamma' \ell' \| V' \| \gamma'' \ell'' \right) \left(\gamma'' \ell'' \| j_\lambda Y^\lambda \| \gamma \ell \right) \qquad (25)$$

Für den Fall von einem elektrischen Dipol nehmen wir die Glg. (20.a) und die Glg. (11.a) und schreiben

$$\mathcal{H}'(\underset{\sim}{A}^E_{1\rho}) = - \mathcal{D}^E_B \kappa \left\{ -\frac{1}{\sqrt{3}} \underset{\sim}{r} \cdot j_2 \underset{\sim}{Y}^{(21)1}_\rho + \sqrt{\frac{2}{3}} \underset{\sim}{r} \cdot j_0 \underset{\sim}{Y}^{(01)1}_\rho \right\} + \mathcal{D}^E_s \underset{\sim}{\sigma} \cdot j_1 \underset{\sim}{X}_{1\rho} \qquad (26)$$

wobei $\mathcal{D}^E_B = \frac{q_e}{m_\rho} \sqrt{\frac{\mu_0 c \hbar}{k R}}$ (27.a) $\mathcal{D}^E_s = \frac{\hbar q_e k^2}{2 m_\rho} \mu_\rho$ (27.b)

Definieren wir den skalaren Operator

$$T = \sqrt{2} \left[\underset{\sim}{r} \cdot j_2 \underset{\sim}{Y}^{(01)1}_\rho \right]^0_\rho - \left[\underset{\sim}{r} \cdot j_2 \underset{\sim}{Y}^{(21)1}_\rho \right]^0_\rho \qquad (28)$$

unter Verwendung der Glg. (24)

Jetzt können wir die Glg.(26) umschreiben als

$$\mathcal{H}'(\Delta^E_{if}) = -i\,\frac{\mathcal{D}^E_q}{\sqrt{3}}\,k\,T + \mathcal{D}^E_s\,\underset{\sim}{\sigma}\cdot\mathcal{J}_1\chi_{1,s} \qquad (29)$$

Als Vorbereitung für die Berechnung von $\langle N'L'|\mathcal{H}'|NL\rangle$ wenden wir die Formel (25) auf jeden Teil von (29) an

$$\langle N'L'\|\left[P'\mathcal{J}_1 Y^1\right]^0\|NL\rangle = \sqrt{3}\,(-)^{1+L+L'} \qquad (k=1,\ \lambda=0)$$

$$\times \sum_{N''L''} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ L & L' & L'' \end{Bmatrix} (N'L'\|P'\|N''L'')(N''L''\|\mathcal{J}_0 Y^0\|NL) \qquad (30.a$$

$$\langle N'L'\|\left[P'\mathcal{J}_2 Y^2\right]^0\|NL\rangle = \sqrt{3}\,(-)^{1+L+L'} \qquad (k=1,\ \lambda=2)$$

$$\times \sum_{N''L''} \begin{Bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ L & L' & L'' \end{Bmatrix} (N'L'\|P'\|N''L'')(N''L''\|\mathcal{J}_2 Y^2\|NL) \qquad (30$$

$$\langle N'L'\|\left[S'\mathcal{J}_1 Y^1\right]^0\|NL\rangle = \sqrt{3}\,(-)^{1+L+L'} \qquad (k=1,\ \lambda=1)$$

$$\times \sum_{N''L''} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ L & L' & L'' \end{Bmatrix} (N'L'\|S'\|N''L'')(N''L''\|\mathcal{J}_1 Y^1\|NL)$$

Wenn wir nur elektromagnetische Übergänge betrachten, bei denen keine Spinänderung vorkommt, so brauchen wir von den oben geschriebenen Glgn. bloß (30.a) und (30.b).
Für diese Matrixelemente müssen wir rechnen
1.- Matrixelemente der Art $(N'L'\|P'\|N''L'')$
2.- Matrixelemente der Art $(N''L''\|\mathcal{J}_\lambda Y^\lambda\|NL)$,
beide in der harmonischen Oszillatorbasis.

Im ersten Fall erinnern wir an die Eigenschaften der harmonischen Oszillatorbasis. Sei $|0\rangle$ der Grundzustand in dieser Basis

$$|0\rangle = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}\sum_{j=1}^{3} x_j^2\right) \qquad (31)$$

Andere Zustände können wir erzeugen durch Anwendung von $\underline{\eta}$ auf $|0\rangle$

$$|NL) = A_{NL} \left(\underline{\eta}\cdot\underline{\eta}\right)^{\frac{1}{2}(N-L)} Y_{LM}(\underline{\eta})\,|0\rangle \qquad (32)$$

wobei $Y_{LM} = r^L Y_{LM}$ als räumliches harmonisches Polynom definiert ist.

Der Erzeugungsoperator nach MO 69 ist

$$\underline{\eta} = (2\hbar)^{-\frac{1}{2}} \left[(m\omega)^{\frac{1}{2}} \underline{x} - i (m\omega)^{-\frac{1}{2}} \underline{p} \right] \qquad (33)$$

und

$$A_{NL} = (-)^{\frac{1}{2}(N-L)} \left[\frac{4\pi}{(N+L+1)!!\,(N-L)!!} \right]^{\frac{1}{2}} \qquad (34)$$

Wir schreiben unsere Impulsoperatoren um in

$$\underline{p} = i \left(\frac{\hbar m\omega}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\underline{\eta} - \underline{\eta}^{+} \right). \qquad (35)$$

und erhalten wir inre reduzierten Matrixelemente

$$(N'L' \| \underline{p} \| N''L'') = i \left(\frac{\hbar m\omega}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[(N'L' \| \underline{\eta} \| N''L'') - (N'L' \| \underline{\eta}^{+} \| N''L'') \right] \qquad (36)$$

Für die Berechnung jedes Summands von (36) wenden wir jeweils KR 70 Formel (9) und ED 57 Formeln 5.4.1 und 5.5.4 an

$$(N'L' \| \underline{\eta} \| N''L'') = B(1N''N') \left\langle \begin{matrix} N' & 1 & N'' \\ L' & 1 & L'' \end{matrix} \right\rangle (2L'+1)^{\frac{1}{2}} (-)^{1-L''+L'} \qquad (37a)$$

$$(N'L' \| \underline{\eta}^{+} \| N''L'') = B(1N'N'') \left\langle \begin{matrix} N'' & 1 & N' \\ L'' & 1 & L' \end{matrix} \right\rangle (2L''+1)^{\frac{1}{2}} (-)^{1-L'+L''} \qquad (37b)$$

nach KR 70 Formel (12) und (13)

$$B(N_1 N_2 N) \left\langle \begin{matrix} N & N_1 & N_2 \\ L & L_1 & L_2 \end{matrix} \right\rangle = A_{N_1L_1} A_{N_2L_2} A^{-1}_{NL} H(L_1 L_2 L) \delta_{N,N_1+N_2} \qquad (38)$$

$$H(L_1 L_2 L) = \left[\frac{(2L_1+1)(2L_2+1)}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}} (-)^{L_2-L_1} \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (39)$$

Wir schreiben endlich

$$(N'L' \| \underset{\sim}{r} \| N''L'') = i \left(\frac{\hbar m\omega}{2}\right)^{1/2} \left[(2L'+1)(2L''+1)\right]^{1/2} (-)^{L''}$$
$$\times \left\{ (-)^{1+N} FAC\, \delta_{N',1+N''} - \frac{(-)^{N}}{FAC}\, \delta_{N'',1+N'} \right\} \begin{pmatrix} 1 & L' & L'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4$$

mit $$N = \frac{1}{2}(N''-L'') - \frac{1}{2}(N'-L') \qquad (41.a)$$

und $$FAC = \left[\frac{(N'+L'+1)!!\,(N'-L')!!}{(N''+L''+1)!!\,(N''-L'')!!} \right]^{1/2} \qquad (41.b)$$

Im zweiten Fall verwenden wir direkt MO 69 Formel (9)

$$(N''L'' \| j_\lambda Y^\lambda \| NL) = (-)^{L''} \left[\frac{(2L''+1)(2\lambda+1)(2L+1)}{4\pi}\right]^{1/2} \begin{pmatrix} L'' & \lambda & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\times \int_0^\infty R_{N''L''}\, j_\lambda(kr)\, R_{NL}\, r^2\, dr \qquad (42)$$

Ausdrücke von (40) und (42) faßen wir in den folgenden Formeln zusammen

$$(N'L' \| [\underset{\sim}{r} \cdot j_\lambda Y^\lambda] \| NL) = (-)^{1+L+L'} i \left(\frac{6\lambda+3}{8\pi}\hbar m\omega\right)^{1/2}$$
$$\times \sum_{N''L''} \left[(2L+1)(2L'+1)\right]^{1/2} (2L''+1) \begin{Bmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ L & L' & L'' \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L' & L'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L'' & \lambda & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$$
$$\times \left[(-)^{1+N} FAC\, \delta_{N',1+N''} - \frac{(-)^{N}}{FAC}\, \delta_{N'',1+N'} \right] \int_0^\infty R_{N''L''}\, j_\lambda(kr)\, R_{NL}\, r^2\, dr$$

Bevor wir (43) auf unsere Dipoloperator (28) anwenden, rechnen wir zuerst, nach den Drehimpulskopplungs- und Paritätsregeln, welche Matrixelementen verschieden von Null sind.
Unsere Ergebnis ist in Tabelle I zu sehen.

$NL \rightarrow$

$(N'L' \| \underset{\sim}{p}\, \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda \| NL)$	00	11	20	22	31	33
00	0	X	0	0	X	0
11	X	0	X	X	0	0
20	0	X	0	0	X	0
22	0	X	0	0	X	X
31	X	0	X	X	0	0
33	0	0	0	X	0	0

$\lambda = 0, 2$ Tabelle 1

Im Formel (43) beobachtet man, daß ein Matrixelement des Typs $(N'L' \| \underset{\sim}{p}\, \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda \| NL)$ sich von einem Matrixelement des Typs $(NL \| \underset{\sim}{p}\, \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda \| N'L')$ nur im Vorzeichen unterscheidet. Dies kann man allgemein beweisen, wenn man ED 57 Formel 5.5.4 und das Kommutieren von $\underset{\sim}{p}$ und $\vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda$ benutzt

$$\left\{ (N'L' \| \left[\underset{\sim}{p} \cdot \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda\right]^\kappa \| NL) \right\}^+ = (NL \| \left[\underset{\sim}{p} \cdot \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda\right]^\kappa \| N'L') (-)^{L'-L} (-)^{1+\lambda-\kappa}$$

da

$$\left\{ \left[\underset{\sim}{p} \cdot \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda\right]^\kappa_\rho \right\}^+ = (-)^\rho \left[\vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda \cdot \underset{\sim}{p}\right]^\kappa_{-\rho} = (-)^\rho \left[\underset{\sim}{p} \cdot \vartheta_\lambda \underset{\sim}{Y}^\lambda\right]^\kappa_{-\rho} (-)^{1+\lambda-\kappa}$$

Auf diese Weise braucht man nur die auf der Diagonale oben (oder unten) stehenden Matrixelemente zu berechnen.
Für der Ausführung der Summe (43) beachten wir die möglichen Werte für N'L' und für N" L"

$$N'L' = \begin{cases} N'+1 & L'+1 \\ N'+1 & L'-1 \end{cases} \qquad N''L'' = \begin{cases} N'-1 & L'+1 \\ N'-1 & L'-1 \end{cases}$$

und bekommen die folgenden nicht verschwindenden Matrixelemente Tabellen 2 und 3.

$$1.-\ (11\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|00) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{3}\int_0^\infty R_{00} j_0 R_{00} r^2 dr - \sqrt{2}\int_0^\infty R_{20} j_0 R_{00} r^2 dr\right]$$

$$2.-\ (31\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|00) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{5}\int_0^\infty R_{20} j_0 R_{00} r^2 dr - 2\int_0^\infty R_{40} j_0 R_{00} r^2 dr\right]$$

$$3.-\ (20\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|11) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{2}\int_0^\infty R_{11} j_0 R_{11} r^2 dr - \sqrt{5}\int_0^\infty R_{31} j_0 R_{11} r^2 dr\right]$$

$$4.-\ (22\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|11) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{10}\int_0^\infty R_{11} j_0 R_{11} r^2 dr - 2\int_0^\infty R_{31} j_0 R_{11} r^2 dr\right]$$

$$5.-\ (31\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|20) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{5}\int_0^\infty R_{20} j_0 R_{20} r^2 dr - 2\int_0^\infty R_{40} j_0 R_{22} r^2 dr\right.$$

$$6.-\ (31\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|22) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[2\int_0^\infty R_{22} j_0 R_{22} r^2 dr - \sqrt{14}\int_0^\infty R_{42} j_0 R_{22} r^2 d\right.$$

$$7.-\ (33\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_0 Y^0]\|22) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{21}\int_0^\infty R_{22} j_0 R_{22} r^2 dr - \sqrt{6}\int_0^\infty R_{42} j_0 R_{22} r^2 d\right.$$

$(\lambda = 0)$ Tabelle 2

$$1.-\ (11\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|00) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[-\sqrt{10}\int_0^\infty R_{22} j_2 R_{00} r^2 dr\right]$$

$$2.-\ (31\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|00) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[2\int_0^\infty R_{22} j_2 R_{00} r^2 dr - \sqrt{14}\int_0^\infty R_{42} j_2 R_{00} r^2 d r\right.$$

$$3.-\ (20\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|11) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{10}\int_0^\infty R_{31} j_2 R_{11} r^2 dr - 2\int_0^\infty R_{41} j_2 R_{11} r^2 dr\right]$$

$$4.-\ (22\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|11) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\frac{3}{5}\left[-3\sqrt{2}\int_0^\infty R_{33} j_2 R_{11} r^2 d r + \frac{\sqrt{2}}{3}\int_0^\infty R_{31} j_2 R_{11} r^2 d\right.$$
$$\left. - \frac{\sqrt{5}}{3}\int_0^\infty R_{11} j_2 R_{11} r^2 dr\right]$$

$$5.-\ (31\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|20) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[2\int_0^\infty R_{22} j_2 R_{20} r^2 dr - \sqrt{14}\int_0^\infty R_{42} j_2 R_{20} r^2 dr\right.$$

$$6.-\ (31\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|22) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{2}\int_0^\infty R_{22} j_2 R_{22} r^2 dr - \sqrt{7}\int_0^\infty R_{42} j_2 R_{22} r^2\right.$$
$$\left. + 2\int_0^\infty R_{40} j_2 R_{22} r^2 dr - \sqrt{5}\int_0^\infty R_{20} j_2 R_{22} r^2 d r\right]$$

$$7.-\ (33\|[\underset{\sim}{r}\cdot j_2 Y^2]\|22) = i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\frac{\sqrt{6}}{7}\left[-18\int_0^\infty R_{41} j_2 R_{22} r^2 dr + \right.$$
$$\left. + \sqrt{2}\int_0^\infty R_{42} j_2 R_{22} r^2 dr - \sqrt{7}\int_0^\infty R_{22} j_2 R_{22} r^2 dr\right]$$

$(\lambda = 2)$ Tabelle 3

3.- Berechnung der Radialintegrale

Um unsere Aufgabe zu beenden, müssen wir die Integrale, die
n Tabellen 2 und 3 auftreten, berechnen.
ür diesen Zweck entwickeln wir das allgemeine Radialintegral
ach Talmischenintegralen, MO 69 Formeln (2.3) bis (2.5)

$$\int_c^\infty R_{N''L''}\, j_\lambda(kr)\, R_{NL} r^2 dr = \sum_{P=P_{min}}^{P_{max}} B(N''L'', NL, P)\, I_P^\lambda \qquad (44)$$

$$I_P^\lambda = \frac{2}{\Gamma(P+3/2)} \int_0^\infty r^{2P+2} j_\lambda(kr)\, e^{-r^2} dr \qquad (45)$$

obei

$$P_{min} = \tfrac{1}{2}(L+L'') \qquad (46.a)$$

$$P_{max} = \tfrac{1}{2}(L+L'') + N+N'' \qquad (46.b)$$

nsere Aufgabe ist jetzt, I_P^λ zu berechnen.
azu drücken wir zunächst die Besselkugelfunktionen $j_\lambda(kr)$ in
lementarfunktionen aus, AB 68 Formeln auf Seite 437

$$j_\lambda(z) = z^{-1}\left[P(\lambda+\tfrac{1}{2}, z)\sin\left(z - \tfrac{1}{2}\lambda\pi\right) + Q(\lambda+\tfrac{1}{2}, z)\cos\left(z - \tfrac{1}{2}\lambda\pi\right)\right] \qquad (47)$$

obei

$$P(\lambda+\tfrac{1}{2}, z) = 1 - \frac{(\lambda+2)!}{2!\,\Gamma(\lambda-1)}(2z)^{-2} + \frac{(\lambda+4)!}{4!\,\Gamma(\lambda-3)}(2z)^{-4} + \cdots$$

$$= \sum_{m=0}^{[\lambda/2]} (-)^m (\lambda+\tfrac{1}{2}, 2m)(2z)^{-2m} \qquad (48)$$

$$Q(\lambda+\tfrac{1}{2}, z) = \frac{(\lambda+1)!}{1!\,\Gamma(\lambda)}(2z)^{-1} - \frac{(\lambda+3)!}{3!\,\Gamma(\lambda-2)}(2z)^{-3}$$

$$= \sum_{m=0}^{[\frac{1}{2}(\lambda-1)]} (-)^m (\lambda+\tfrac{1}{2}, 2m+1)(2z)^{-2m-1} \qquad (49)$$

it

$$\left[\frac{\lambda}{2}\right] = \begin{cases} \lambda/2 & \lambda \text{ gerade} \\ \frac{\lambda-1}{2} & \lambda \text{ ungerade} \end{cases} \qquad (m+\tfrac{1}{2}, k) = \frac{(m+k)!}{k!\,\Gamma(m-k+1)} \qquad (50)$$

Es ist darauf hinzuweisen,daß,P(λ+1/2,z) ein gerades Polynom ist, während Q(λ+1/2,z) ein ungerades Polynom in z ist.

Nach

$$\sin\left(z-\frac{\lambda\pi}{2}\right)=\sin z\cos\frac{\lambda\pi}{2}-\sin\frac{\lambda\pi}{2}\cos z$$

$$\cos\left(z-\frac{\lambda\pi}{2}\right)=\cos z\cos\frac{\lambda\pi}{2}+\sin z\sin\frac{\lambda\pi}{2}$$

schreiben wir (47) um

$$J_\lambda(z)=z^{\lambda}\left\{\left[P(\lambda+\tfrac{1}{2},z)\cos\frac{\lambda\pi}{2}+Q(\lambda+\tfrac{1}{2},z)\sin\frac{\lambda\pi}{2}\right]\sin z+\left[-P(\lambda+\tfrac{1}{2},z)\sin\frac{\lambda\pi}{2}+Q(\lambda+\tfrac{1}{2},z)\sin\frac{\lambda\pi}{2}\right]\cos z\right\}$$

und setzen den letzten Ausdruck für $J_\lambda(kr)$ in Glg.(45) ein

$$I_r^{\lambda}=\frac{2}{k\,\Gamma(p+3/2)}\qquad\qquad(51)$$

$$\times\left\{\left[\cos\frac{\lambda\pi}{2}\sum_{m=0}^{[\lambda/2]}(-)^m(\lambda+\tfrac{1}{2},2m)(2k)^{-2m}\int_0^\infty r^{2(p-m)+1}e^{-r^2}\sin kr\,dr\right.\right.$$

$$\left.\sin\frac{\lambda\pi}{2}\sum_{m=0}^{[\frac{1}{2}(\lambda-1)]}(-)^m(\lambda+\tfrac{1}{2},2m+1)(2k)^{-2m-1}\int_0^\infty r^{2(p-m)}e^{-r^2}\sin kr\,dr\right]$$

$$+\left[-\sin\frac{\lambda\pi}{2}\sum_{m=0}^{[\lambda/2]}(-)^m(\lambda+\tfrac{1}{2},2m)(2k)^{-2m}\int_0^\infty r^{2(p-m)+1}e^{-r^2}\cos kr\,dr\right.$$

$$\left.\left.+\cos\frac{\lambda\pi}{2}\sum_{m=0}^{[\frac{1}{2}(\lambda-1)]}(-)^m(\lambda+\tfrac{1}{2},2m+1)(2k)^{-2m-1}\int_0^\infty r^{2(p-m)}e^{-r^2}\cos kr\,dr\right]\right.$$

Aus den letzten Formel findet man vier verschiedene Integraltypen

$$S_{2q+1}=\int_0^\infty r^{2q+1}e^{-r^2}\sin kr\,dr\qquad(52.a)\qquad S_{2q}=\int_0^\infty r^{2q}e^{-r^2}\sin kr\,dr\qquad(5$$

$$C_{2q+1}=\int_0^\infty r^{2q+1}e^{-r^2}\cos kr\,dr\qquad(52.b)\qquad C_{2q}=\int_0^\infty r^{2q}e^{-r^2}\cos kr\,dr$$

wobei $q=p-m$

Um solche Integrale zu berechnen, bringen wir zunächst die Integdarstellung der Hermitischen Polynome zur Erinnerung BA 53 Formeln 10.3 bis 10.23 auf Seite 194.

$$H_m(x) = 2^{m+1}\pi^{-1/2} e^{x^2} \int_0^\infty t^m e^{-t^2} \cos(2xt - \tfrac{1}{2}m\pi)dt \quad (53)$$

da

$$\cos\left(z - \frac{m\pi}{2}\right) = \cos z \cos\frac{m\pi}{2} + \sin z \sin\frac{m\pi}{2}$$

und für t = r, n = q, 2x = k oder x = k/2
bekommen wir

$$C_{2q} = (-)^q \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2q+1}} e^{-k^2/4} H_{2q}(k/2) \quad (54)$$

Auf dieselbe Weise, für n = 2p+1, t = r, x = k/2,

$$S_{2p+1} = (-)^p \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2p+2}} e^{-k^2/4} H_{2p+1}(k/2) \quad (55)$$

Jetzt sind wir in der Lage Talmische Integrale anzugeben.
Da unser Dipoloperator T (Siehe Glg.(28) auf Seite 9) nur Integrale der Art I^0_p und I^2_p enthält, beschränken wir unseren Kalkül auf diese Typen.
Also, für $\lambda = 0$

$$j_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr}$$

$$I^0_p = \frac{2}{\Gamma(p+3/2)} \int_0^\infty r^{2p+2} \frac{\sin kr}{kr} e^{-r^2} dr$$

$$I^0_p = \frac{2}{\Gamma(p+3/2)} \frac{1}{k} S_{2p+1} = (-)^p \frac{2^{-2p-1}\sqrt{\pi}}{\Gamma(p+3/2)} \frac{e^{-k^2/4}}{k} H_{2p+1}(k/2) \quad (56)$$

für $\lambda = 2$

$$j_2(kr) = 3(kr)^{-3}\sin kr - 3(kr)^{-2}\cos kr - (kr)^{-1}\sin kr$$

$$I^2_m \frac{\Gamma(m+3/2)}{2} = 3k^{-3}\int_0^\infty r^{2m-1}\sin kr\, e^{-r^2} dr - 3k^{-2}\int_0^\infty r^{2m}\cos kr\, e^{-r^2} dr$$
$$- \frac{1}{k}\int_0^\infty r^{2m+1}\sin kr\, e^{-r^2} dr$$
$$= 3k^{-3} S_{2m-1} - 3k^{-2} C_{2m} - k^{-1} S_{2m+1}$$

(57

nach einige algebraischen Umordnungen

$$I^2_m = (-)^{m-1} \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m+1}\,\Gamma(m+3/2)} \frac{e^{-k^2/4}}{k^3} \left[k^2 H_{2m+1}(k/2) + 6k H_{2m}(k/2) + 12 H_{2m-1}(k/2 \right.$$

mit dem expliziten Ausdruck für die Hermitischen Polynome BA 53 Formeln 10.13 bis 10.19 auf Seite 193

$$H_m(x) = m! \sum_{m=0}^{[m/2]} \frac{(-)^m (2x)^{m-2m}}{m!\,(m-2m)!} \qquad (58)$$

können wir die Glgn. ( ) umschreiben

$$(59)\quad I^0_p = \frac{2}{\Gamma(p+3/2)} \int_0^\infty r^{2p+2} J_0(kr) e^{-r^2} dr = e^{-k^2/4}\, p! \sum_{m=0}^{p} \frac{(-)^{p-m} k^{2(p-m}}{m!\,(2p-2m+1)}$$

$$I^2_p = \frac{2}{\Gamma(p+3/2} \int_0^\infty r^{2p+2} J_2(kr) e^{-r^2} dr = (-)^{p-1} \frac{(p-1)!}{(2p+1)!}\, e^{-k^2/4}$$

$$\times \left[p(2p+1) \sum_{m=0}^{p} \frac{(-)^m k^{2(p-m)}}{m!\,(2p-2m+1)!} + 6p \sum_{m=0}^{p} \frac{(-)^m k^{2(p-m-1)}}{m!\,(2p-2m)!} \right.$$

$$\left. + 6 \sum_{m=0}^{p-1} \frac{(-)^m k^{2(p-m-2)}}{m!\,(2p-2m-1)!} \right] \qquad (60)$$

mit (59) bilden wir Tabelle 4

1- $I^0_0 = e^{-k^2/4}$

2- $I^0_1 = \left(1 - \frac{k^2}{6}\right) e^{-k^2/4}$

3- $I^0_2 = \left(1 - \frac{k^2}{3} + \frac{k^4}{60}\right) e^{-k^2/4}$

4- $I^0_3 = \left(1 - \frac{k^2}{2} + \frac{k^4}{20} + \cdots\right) e^{-k^2/4}$

5- $I^0_4 = \left(1 - \frac{2}{3}k^2 + \frac{1}{10}k^4 + \cdots\right) e^{-k^2/4}$

6- $I^0_5 = \left(1 - \frac{5}{6}k^2 + \frac{1}{6}k^4 \cdots\right) e$

7- $I^0_6 = \left(1 - k^2 + \frac{1}{4}k^4 \cdots\right) e$

8- $I^0_7 = \left(1 - \frac{7}{6}k^2 + \frac{7}{20}k^4 + \cdots\right) e$

9- $I^0_8 = \left(1 - \frac{4}{3}k^2 + \cdots\right) e^{-k^2/4}$

10- $I^0_9 = \left(1 - \frac{3}{2}k^2 + \cdots\right) e$

Tabelle 4

und mit (60) bilden wir Tabelle

$$1.-\quad I_1^2 = \frac{k^2}{6}\, e^{-k^2/4}$$

$$2.-\quad I_2^2 = \left(\frac{7}{30}\,k^2 - \frac{1}{60}\,k^4\right) e^{-k^2/4}$$

$$3.-\quad I_3^2 = \left(\frac{3}{10}\,k^2 - \frac{3}{70}\,k^4 + \frac{1}{840}\,k^6\right) e^{-k^2/4}$$

$$4.-\quad I_4^2 = \left(\frac{11}{30}\,k^2 - \frac{11}{140}\,k^4 + \frac{22}{7!}\,k^6 - \frac{11}{7!}\,k^8\right) e^{-k^2/4}$$

$$5.-\quad I_5^2 = \left(\frac{13}{30}\,k^2 - \frac{13}{105}\,k^4 + \frac{52}{7!}\,k^6 + \cdots\right) e^{-k^2/4}$$

$$6.-\quad I_6^2 = \left(\frac{1}{2}\,k^2 - \frac{5}{28}\,k^4 + \cdots\right) e^{-k^2/4}$$

$$7.-\quad I_7^2 = \left(\frac{17}{30}\,k^2 - \frac{51}{210}\,k^4 + \cdots\right) e^{-k^2/4}$$

$$8.-\quad I_8^2 = \left[\left(\frac{8}{3!} - \frac{6\cdot 7\cdot 8}{17\cdot 4!} + \frac{6\cdot 6\cdot 7}{17\cdot 5!}\right)k^2 + \cdots\right] e^{-k^2/4}$$

$$9.-\quad I_9^2 = \left[\left(\frac{9}{3!} - \frac{8\cdot 6\cdot 9}{19\cdot 4!} + \frac{6\cdot 7\cdot 8}{19\cdot 5!}\right)k^2 + \cdots\right] e^{-k^2/4}$$

Tabelle 5

Wir haben beiden Formeln (59) und (60) überprüft für Werte von $k \ll 1$ im allgemeiner Fall

$$\lim_{k\to 0} I_p^0 = 1$$

$$\lim_{\text{klein } k} I_p^2 = \frac{k^2}{30}\,(2p+3)$$

und haben auch der Richtigkeit von jedem Integral aus Tabellen 4 und 5 überprüft.

Berechnung des Bahnanteils des Dipoloperators

Nach so vielen Rechnungen können wir endlich der Dipoloperator (28) in der harmonischen Oszillatorbasis auswerten, durch Tabellen 4 und 5 und mit den Koeffizienten B(n'l',n l,p) aus der Tabelle von Moshinsky und Brody BR 67, wählen wir von Tabellen 2 und 3 fünf verschiedene Integrale, die wir später benutzen werden.

$$1.-\sqrt{2}\,(11\|[r\,j_0 Y^0]\|00)-(11\|[r\,j_2 Y^2]\|00)$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{6}\int_0^\infty R_{00}\,j_0 R_{00}\,r^2\,dr-2\int_0^\infty R_{20}\,j_0 R_{00}\,r^2 dr+\sqrt{10}\int_0^\infty R_{22}\,j_2 R_{0}\,r\right.$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4}\left[2.119489+0.372970\,k^4+0.00014376\,k^6\right]$$

$$2.-\sqrt{2}\,(20\|[r\,j_0 Y^0]\|11)-(20\|[r\,j_2 Y^2]\|11)$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[2\int_0^\infty R_{11}\,j_0 R_{11}\,r^2 dr-\sqrt{10}\int_0^\infty R_{31}\,j_0 R_{11}\,r^2 dr+2\int_0^\infty R_{11}\,j_2 R_{11}\,r^2 dr\right.$$
$$\left.-\sqrt{10}\int_0^\infty R_{31}\,j_2 R_{11}\,r^2 dr\right]$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4}\left[2.000004-0.40000013\,k^2+2.343366\,k^4+\ldots\right]$$

$$3.-\sqrt{2}\,(22\|[r\,j_0 Y^0]\|11)-(22\|[r\,j_2 Y^2]\|11)$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\int_0^\infty R_{11}\left(2\sqrt{5}\,j_0+\frac{1}{\sqrt{5}}\,j_2\right)R_{11}\,r^2\,dr-\sqrt{2}\int_0^\infty R_{31}\left(2j_0+\frac{1}{5}j_2\right)R_{11}\right.$$
$$\left.+\frac{2}{5}\sqrt{2}\int_0^\infty R_{33}\,j_2 R_{11}\,r^2\,dr\right]$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4}\left[1.47214020-0.91097011\,k^2+0.69218352\,k^4+\right.$$

$$4.-\sqrt{2}\,(31\|[r\,j_0 Y^0]\|20)-(31\|[r\,j_2 Y^2]\|20)$$
$$=i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\sqrt{10}\int_0^\infty R_{20}\,j_0 R_{00}\,r^2 dr-2\sqrt{2}\int_0^\infty R_{40}\,j_0 R_{22}\,r^2 dr+\right.$$
$$\left.+\sqrt{14}\int_0^\infty R_{42}\,j_2 R_{20}\,r^2 dr-2\int_0^\infty R_{22}\,j_2 R_{20}\,r^2 dr\right]$$

$$\sqrt{2}\,(31\|[\underline{r}\,j_0 Y^0]\|20) - (31\|[\underline{r}\,j_2 Y^2]\|20)$$
$$= i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4}\left[2.2369806 - 0.7110129\,k^2 - 0.1554184\,k^4 + \cdots\right]$$

$$\sqrt{2}\,(33\|[\underline{r}\,j_0 Y^0]\|22) - (33\|[\underline{r}\,j_2 Y^2]\|22)$$
$$= i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2}\left[\int_0^\infty R_{22}\left(\sqrt{42}\,j_0 + \sqrt{\tfrac{6}{7}}\,j_2\right)R_{22}\,r^2\,dr + \frac{18\sqrt{6}}{7}\int_0^\infty R_{41}\,j_2\,R_{22}\,r^2\,dr\right.$$
$$\left. - \int_0^\infty R_{42}\left(2\sqrt{3}\,j_0 + \tfrac{2}{7}\sqrt{3}\,j_2\right)R_{22}\,r^2\,dr\right]$$
$$= i\left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4}\left[6.480712 + 7.34875\,k^2 + \cdots\right]$$

Tabelle 6

Kapitel B

Zustandsfunktionen für Oszillatorcluster Ansatz und Supermultiplettentwicklung

B1.- Klassifizierung der Basisfunktionen

B2.- Bahnbasisfunktionen. Der Clusteransatz im Supermultiplettschema.

B3.- Reduktion der Matrixelemente auf Austauschintegrale

Kapitel B

Zustandfunktionen für Oszillatorcluster Ansatz und Supermultiplettentwicklung

B1.- Klassifizierung der Basisfunktionen

Es bezeichnen α^n, β^n, und γ^n Bahn- Spin- bzw. Isospinkonfigurationen von n Nukleonen. Die Funktionen, welche wir zur Beschreibung dieser Konfigurationen verwenden, setzen wir von vornherein so an, daß sie sich stets nach Darstellungen geeigneter Transformationsgruppen transformieren und dadurch eindeutig gekennzeichnet werden können.

Die Symmetriegruppe ist gegeben durch das direkte Produkt S(n)xIxSU aus Permutationen, Inversionen und gleichzeitigen Drehungen im Orts- und Spinraum; wegen des Pauliprinzips können aber nur antisymmetrische Funktionen vorkommen. Dieser Funktionenraum ist auch durch Gesamtdrehimpuls J und Parität π charakterisiert.

Wir werden hier keine Isospinmischung untersuchen, also auch den Isospin als gute Quantenzahl betrachten.

Die Aussage, daß sich unsere Funktionen nach S(n) transformieren, bedeutet, daß sie eine definierte Bahnsymmetrie besitzen, also sich bereits im Bahnteil nach Darstellungen $f = \{f_1, f_2, \ldots f_k\}$ von S(n) transformieren.

Dies können wir im Einklang mit dem Pauliprinzip tun, wenn wir dafür sorgen, daß durch Kopplung mit geeigneten Spin-Isospinfunktionen die Gesamtfunktionen antisymmetrisch sind.

Bahnsymmetrie f und Spin-Isospinsymmetrie $\hat{f}$ bestimmen sich gegenseitig eindeutig.

$$f = \{f_1, f_2, \ldots f_k\} \longleftrightarrow \hat{f} = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \ldots \hat{f}_k\} \qquad (1)$$

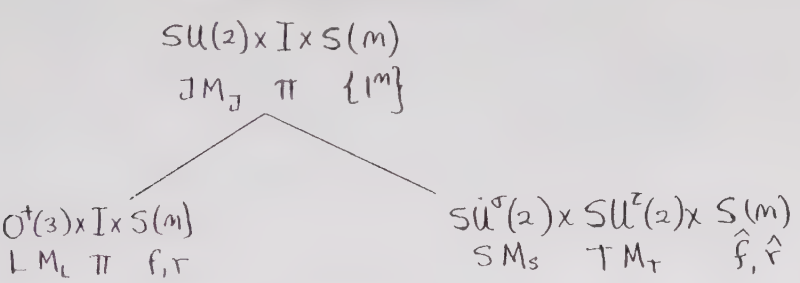
$\hat{f}$ ist die zu f assoziierte Partition, die entsprechenden Youngdiagramme von f und $\hat{f}$ gehen durch Spiegelung an der Diagonalen auseinander hervor.

Da ein Nukleon vier verschiedene Spin-Isospinzustände bezitzt, können in den Bahnpartitionen f höchstens Zeilen der Länge 4 vorkommen

$$f_i \leq 4 \qquad (2)$$

Zu gegebenem f sind nur bestimmte Kombinationen des Gesamtspins S und Isospins T möglich, welche leicht berechnet werden können und

auch bei Hammermesh HA 62 tabelliert sind.
Zustände zur selben Bahnsymmetrie,welche sich in den Werten von S und T unterscheiden,bezeichnet man zusammengenommen als ein Supermultiplett.Sie sind bei einer Wechselwirkung,die nicht von Spin und Isospin abhängt,entartet.
Das Konstruktionsschema für die Basisfunktionen können wir jetzt im folgenden Diagramm darstellen:



Im LS-Kopplungsschema,auf das wir durch Einführung der Bahnsymmetrie zwangsläufig geführt werden,charakterisieren wir die Bahn-Funktionen

$$|\alpha^n \pi L M_L f r\rangle \qquad (3)$$

durch die Parität π ,den Bahndrehimpuls L mit Komponente M_L,während die Indizes f,r andeuten daß es sich um den r-ten Partner einer geeignet indizierten Basis der irreduzibeln Darstellung f von S(n) handelt, r = 1,2,3,....|f| ,wobei |f| die Dimension der Darstellung angibt.
Die explizite Ortsabhängigkeit werden wir später in B2 durch Einführung des Oszillatorcluster Ansatzes weiter spezifizieren.
Spin-Isospinkonfigurationen dagegen können wir vollständig durch Spin-Isospinfunktionen

$$|\gamma^m S M_S T M_T \hat{f} \hat{r}\rangle \qquad (4)$$

beschreiben,also durch Gesamtspin S mit Komponente M_S,Gesamtisospin T mit Komponente M_T und das Indexpaar $\hat{f},\hat{r}$,welches dieselbe

Bedeutung wie f und r im Bahnteil hat.
Antisymmetrische Funktionen zum Gesamtdrehimpuls J mit Komponente M_J erhalten wir somit als

$$|(\alpha\gamma)^m L S f \pi J M_J T M_T \{i^m\}\rangle$$
$$= \sum_{M_S, M_L} \sum_{r,\hat{f}} \langle L M_L S M_S | J M_J\rangle \langle f r \otimes \hat{f}\hat{r} | \{i^m\}\rangle$$
$$\times |\alpha^m L M_L \pi f r\rangle |\gamma^m S M_S T M_T \hat{f}\hat{r}\rangle \quad (5)$$

Die zur Kopplung in SU(2) benötigten Wignerkoeffizienten $\langle L M_L S M_S | J M_J\rangle$ sind bekannt, während diejenigen von S(n) in diesem speziellen Fall einfach gegeben sind als

$$\langle f r \otimes \hat{f}\hat{r} | \{i^m\}\rangle = |f|^{-\frac{1}{2}} \delta(f,\hat{f}) \delta(r,\hat{r}) \quad (6)$$

Mit unsere Basisfunktionen (5) müssen wir Multipolmatrixelemente ausrechnen KR 79, SE 69.
Unsere Operatoren sind von der Art

$$O^k(1) = \sum_{s=1}^{m} \mathcal{T}^{k_1}(s)\, U^{k_2}(s) \quad (7)$$

wobei $\mathcal{T}^{k_1}(s)$ ein Einteilchenoperator ist, der nur im Bahnteil wirkt, und $U^{k_2}(s)$ einer, der nur im Spin-Isospinteil wirkt.
Für die Berechnung der auftretenden Matrixelemente machen wir Gebrauch von der Methode des letzten Paares EL 53 und wenden Permutationen an, dann kann Glg. (7) in der Form

$$(8) \quad O^k(1) = \sum_{s=1}^{m} \mathcal{T}^{k_1}(s) U^{k_2}(s) = [(m-1)!]^{-1} \sum_{p} U(p) \mathcal{T}^{k_1}(m) U^{k_2}(m) U(p^{-1})$$

gebracht werden. Bilden wir nun das Matrixelement von O^k zwischen den antisymmetrischen Funktionen (5) so erhalten wir

$$\langle (\bar{\alpha}\bar{\gamma})^m \bar{f} \{i^m\} | O^k | (\alpha\gamma)^m f \{i^m\}\rangle$$
$$= \binom{m}{1} \langle (\bar{\alpha}\bar{\gamma})^m \bar{f} \{i^m\} | \mathcal{T}^{k_1}(m) U^{k_2}(m) | (\alpha\gamma)^m f \{i^m\}\rangle \quad (9)$$

s ist leicht, die entsprechende reduzierte Matrixelementen für

$$\langle \bar{\alpha}^m \bar{f} \bar{r} \| \mathcal{T}^{K_1}(m) \| \alpha^m f r \rangle \quad \text{und} \quad \langle \bar{\gamma}^m \hat{\bar{f}} \hat{\bar{r}} \| U^{K_2}(m) \| \alpha^m \hat{f} \hat{r} \rangle$$

u finden KR 80 SE 69, und so können wir das Gesamtergebnis
chreiben

$$\langle (\bar{\alpha}\bar{\gamma})^m \bar{f} \{1^m\} \| O^K \| (\alpha\gamma)^m f \{1^m\} \rangle$$

$$= \frac{m}{|\bar{f}|^{1/2} |f|^{1/2}} \sum_{f'} \langle \bar{\gamma}^m \hat{\bar{f}} (\hat{f}' 1) \| U^{K_2}(m) \| \gamma^m \hat{f} (\hat{f}' 1) \rangle$$

$$\times \langle \bar{\alpha}^m \bar{f} (f' 1) \| \mathcal{T}^{K_1}(m) \| \alpha^m f (f' 1) \rangle \qquad (10)$$

o viel von S(n). Jetzt wollen wir bezüglich der anderen Gruppen
$^{+}(3)$, $SU^{q}(2)$, $SU^{\tau}(2)$ reduzierte Matrixelemente einführen. Dazu ver-
enden wir die bekannten Formeln der Racah-Algebra. Nach Edmonds
D 57 Formel 7.1.5 gilt

$$\langle (\bar{\alpha}\bar{\gamma})^m \bar{f} \{1^m\} \| O^K \| (\alpha\gamma)^m f \{1^m\} \rangle$$

$$= \langle (\bar{\alpha}\bar{\gamma})^m \bar{f} \bar{L} \bar{S} \bar{T} \bar{M}_{\bar{T}} \bar{J} \| O^K \| (\alpha\gamma)^m f L S T M_T J \rangle$$

$$= \left[(2\bar{J}+1)(2J+1)(2K+1)\right]^{1/2} \begin{Bmatrix} \bar{L} & L & K_1 \\ \bar{S} & S & K_2 \\ \bar{J} & J & K \end{Bmatrix} (-)^{\lambda - \bar{T} + T} \frac{\langle \lambda 0 T M_T | \bar{T} \bar{M}_{\bar{T}} \rangle}{(2\bar{T}+1)^{1/2}}$$

$$\times \frac{m}{|\bar{f}|^{1/2} |f|^{1/2}} \sum_{f'} \langle \bar{\alpha}^m \bar{f} (f' 1) \| \mathcal{T}^{K_1}(m) \| \alpha^m f (f' 1) \rangle$$

$$\times \langle \bar{\gamma}^m \hat{\bar{f}} (\hat{f}' 1) \| U^{K_2}(m) \| \gamma^m \hat{f} (\hat{f}' 1) \rangle \qquad (11)$$

Das bezüglich $SU^{\sigma}(2), SU^{\tau}(2)$ und S(n) reduzierte Spin-Isospin-matrixelement erhalten wir nach JA 51 als

$$\begin{aligned}
&\langle \bar{\gamma}^m \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \| U^{K_2}(m) \| \gamma^m f f' S T \rangle \\
&= \langle \bar{\gamma}^m \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \| V^{\alpha} U^{(\omega)} \| \gamma^m f f' S T \rangle \\
&= |f'|^{\gamma_2} \sum_{S'T'} (-)^{S'+\gamma_2+\bar{S}+\alpha} \left[(2S+1)(2\bar{S}+1)\right]^{\gamma_2} \begin{Bmatrix} \gamma_2 & \bar{S} & S' \\ S & \gamma_2 & \alpha \end{Bmatrix} \\
&\quad \times (-)^{T'+\gamma_2+T+\omega} \left[(2T+1)(2\bar{T}+1)\right]^{\gamma_2} \begin{Bmatrix} \gamma_2 & \bar{T} & T \\ T & \gamma_2 & \omega \end{Bmatrix} \\
&\quad \times \langle \gamma^m \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \{ | \gamma^{m-1} S' T' f' \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \rangle \langle \gamma^{m-1} S' T' \hat{f}' \gamma' \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} | \} \gamma^m \hat{f} \hat{f}' S \\
&\quad \times \langle \gamma \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \| V^{\alpha} U^{(\omega)} \| \gamma \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \rangle \qquad (12)
\end{aligned}$$

wobei $U^{K_2} = V^{\alpha} U^{(\omega)}$ mit $\alpha, \omega = 0,1$
ein Abkürzung für V^0 = Skalar, $V^1 = S$,
U^0 = Isoskalar, $U^1 = \tau_3$, ist.

und die Symbole

$\langle \bar{\gamma}^m \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \{ | \gamma^{m-1} S' T' f' \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \rangle$ und $\langle \gamma^{m-1} S' T' \hat{f}' \gamma' \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} | \} \gamma^m \hat{f} \hat{f}' S$

Abtrennungskoeffizienten sind.

B2.- Bahnbasisfunktionen.Cluster ansatz im Supermultiplettschema

Das Clustermodell geht im allgemeinen von einem nicht 'symmetrieangepaßten Ansatz aus,wobei in der Bahnfunktion die n Teilchen in verschiedene Teilchensätze $n_a, n_b, \ldots$ etc. unterteilt werden.Wir wollen zunächst eine Bahnfunktion mit zwei solchen Sätzen untersuchen.Dabei nehmen wir an,daß der Ansatz innerhalb jedes Teilchensatzes eine wohldefinierte Symmetrie hat und können eine ‚einfache Clusterfunktion' in der Form schreiben

$$|\alpha^n ab) \qquad (13)$$

$$a = m_a \;\; ; \;\; b = m_b \;\; ; \;\; m_a + m_b = n$$

wo a eine ID von $S(n_a)$ und b eine solche von $S(n_b)$ ist.
Eine solche Funktion transformiert sich nach der identischen Darstellung der Gruppe $S(n_a) \otimes S(n_b)$,die durch Permutationen der ersten n_a und der zweiten n_bTeilchen je unter sich gebildet wird.
Beispiel

$$|\alpha^n ab) = \varphi_a(1,2,\ldots m_a)\, \varphi_b(m_a+1,\ldots n)\, \chi_{ab} \qquad (14)$$

wobie φ_a die interne Funktion des ersten Clusters, φ_b die interne Funktion des zweiten Clustres und χ_{ab} die Funktion für die Relativbewegung ist.
Die Aufgabe ist es nun,aus dieser einfache Clusterfunktion eine Bahnfunktion

$$|\alpha^n (ab) f f' r' l) \qquad (15)$$

zu konstruieren,die eine BID von S(n) in der Gruppenkette

$$S(n) \supset S(n-1) \otimes S(1)$$
$$S(n-1) \supset S(n-2) \supset S(n-3) \cdots\cdots \supset S(1) \qquad (16)$$

ist.
f'gibt dabei die Symmetrie der ersten n-1 Teilchen an.
Um einer einfachen Clusterfunktion zu einer BID von S(n) zu kommen,wenden wir,mit Hilfe des Youngsoperators,der schon nach Nebenklassen zerlegt wurde,Permutationen

$$C^{f}_{s,a\tau_{ab}} = \frac{|f|n_a|n_b|}{n!\,|a|} \sum_{m,\tau'_a} \langle fs | C^{-1}_{m} | f a \tau'_a b \rangle \bar{C}^{1}_{m} C^{ab}_{\tau'_a,\tau_a} \qquad (17)$$

auf unsere einfache Clusterfunktion an

$$|\alpha^m (ab) f s) \doteq C^{f}_{s,a\tau_{ab}} |\alpha^m a \tau_a b) \qquad (18)$$

Die ID von S(n) aus der ID a b ,die im Frage kommen,sind diejenigen welche im äußeren Produkt

$$a \times b = \sum_{f} m(a \times b, f) f \qquad (19)$$

enthalten sind.Dabei gibt $m(a\times b,f)$ an,wie oft eine bestimmte ID f nach Littlewoods Regeln in $a \times b$ enthalten ist und wird die Multiplizität von f in $a \times b$ genannt.
Multiplizitätsfrei nennen wir das Problem dann,wenn $m(a\times b ,f)$ nur die Werte 1 und 0 annimmt.Dies ist immer der Fall,wenn a oder b eindimensionale ID sind.
Wir werden im Folgenden stets annehmen, $b = n_b$ sei symmetrisch und haben somit keinerlei Multiplizitäten.Wegen des Paulisprinzips bedingt diese Einschränkung $n_b \leq 4$,da für alle andere Fälle die Spin-Isospinfunktion identisch Null ist.
Für Dreiclusterfall haben wir als einfache Clusterfunktion

$$|\alpha^m a b c) \qquad (20)$$

Sie ist BID der Gruppe $S(n_a)\otimes S(n_b)\otimes S(n_c)$
Das äußere Produkt $a\times b\times c$ ist auch für eindimensionale ID a , b , und c nicht mehr multiplizitätsfrei.Wir gewinenn jedoch auf natürliche Art einem Multiplizitätsindex dadurch,daß wir erst aus a und b eine ID f_{ab} von $S(n_a+n_b)$ induzieren.Dazu bilden wir analog zu (18) eine Funktion

$$|\alpha^m (ab) f_{ab} s' c) = C^{f_{ab}}_{s',ab} |\alpha^m abc) \qquad (21)$$

Wir können dann aus f_{ab}und c mit Hilfe von (18) eine f von S(n) induzieren.Wir finden

$$|\alpha^m ((ab) f_{ab} c) f s) = C^{f}_{s,f_{ab}s'} C^{f_{ab}}_{s',ab} |\alpha^m abc)$$

$$= C^{f}_{s,f_{ab}(ab)c} |\alpha^m abc) \qquad (22)$$

wobei wir von der verallgemeinerten Kontraktion von Youngoperatoren SE 69 Gebrauch gemacht haben.

Dieses Verfahren ist ganz ähnlich dem bei der Kopplung von drei Drehimpulsen angewendten.Man legt ein Kopplungsschema fest und erhält einem intermediären Drehimpuls,der die Zustände mit gleichen Gesamtdrehimpuls eindeutig charakterisiert.Entsprechend wurde hier ein Kopplungsschema festgelegt,und f_{ab} ist die intermediäre Partition.Das Kopplungsschema ist hier ebenso willkürlich wie bei Drehimpulsen;ein andere Schema liefert eine Linearkombination der Zustände im Ersten.Wesentlich ist jedoch,daß bei Symmetriekopplung verschiedene intermediäre Partitionen f_{ab} zwar auf linear unabhängige,nicht aber auf orthogonale Funktionen führen. Auf diese Weise wurde gezeigt,wie sich aus einfachen Clusterfunktionen Bahnzustände konstruieren lassen,die sich nach irreduzibler Darstellung f der Gruppe S(n) der Bahnpermutationen transformieren.

B3.- Reduktion der Matrixelementen auf Austauschintegrale

Zweicluster-Konfiguration

Wir wollen uns nun mit der Berechnung von Matrixelementen von Clusterfunktionen im Supermultiplettschema beschäftigen. Um einen möglichst übersichtlichen Zugang zu den dabei auftretenden Fragen zu erhalten,beschränken wir uns in diesen Abschnitten auf den Zweiclusterfall.Die Dreicluster- bzw. Vielclusterfälle sind in der Literatur zu sehen SE 69,SE 75,KR 72.
Im ersten Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Berechnung des Normierungsmatrixelements,da dieses relativ einfach ist und doch schon wesentliche Eigenschaften des vollen Problems aufzeigt.
Im zweiten Abschnitt wird dann das reduzierte Einteilchenmatrixelement für den Zweiclusterfall angegeben.Im letzten Abschnitt schreiben wir Normierungs- und Einteilchenmatrixelemente für den Dreiclusterfall.

a) Das Normierungsmatrixelement und die Doppelnebenklassenzerlegung.

Gemäß der Definition (3) der symmetrieangepaßten Zweiclusterfunktionen können wir das Normierungsmatrixelement als

$$\left(\bar{\alpha}^m(\bar{a}\bar{b})f\,s\,|\,\alpha^m(ab)f\,s\right) = \left(\bar{\alpha}^m\bar{a}\bar{b}\,|\,C^f_{\bar{a}\bar{b},s}\,C^f_{s,ab}\,|\,\alpha^m ab\right)$$
$$= \left(\bar{\alpha}^m ab\,|\,C^f_{\bar{a}\bar{b},ab}\,|\,\alpha^m ab\right) \qquad (23)$$

schreiben,wobei die Eigenschaften des Youngsoperators unter hermitischer Konjugation SE 69 und die Kontraktion zweier Youngoperatoren benutzt werden.Das Matrixelement ist insbesondere vom Index s unabhängig.

Beachten wir die Definition des Youngsoperators

$$C^f_{s,t} = \frac{|f|}{m!}\sum_{p\in S(m)} \langle fs\,|\,p\,|\,ft\rangle\, p \qquad (24)$$

so finden wir,daß das Normierungsmatrixelement eine Linearkombination von Integralen der Form

$$\left(\bar{\alpha}^m\bar{a}\bar{b}\,|\,p\,|\,\alpha^m ab\right) \qquad (25)$$

ist,wobei sämtliche Permutationen p vorkommen.Viele dieser Integrale sind für verschiedene p gleich.Daher werden wir uns zunächst darauf konzentrieren,sie auf einen Satz von wirklich verschiedenen Integralen zurückführen,welche wir Austauschintegrale nennen wollen.

Die mathematische Behandlung dieses Problems führt auf Doppelnebenklassen,welche wir im folgenden mit DC abkürzen werden HA 59.

Die Symmetrische Gruppe S(n) hat Untergruppen

$$\bar{H} = S(n_{\bar{a}})\otimes S(n_{\bar{b}}) \subset S(n) \qquad (26\,a)$$

und

$$H = S(n_a)\otimes S(n_b) \subset S(n) \qquad (26.b)$$

Die beiden Funktionen,welche im Integral (25) vorkommen,sind B je einer dieser Gruppen.Es handelt sich sogar um die Basis der Einheitsdarstellung,so daß für $h\in H$

$$h\,|\alpha^m ab) = |\alpha^m ab) \qquad (27)$$

gilt.Entsprechendes gilt natürlich für die gequerten Variablen.

Um diese Tatsache voll auszunutzen, faktorisieren wir p als

$$p = \bar{h}\, Z_k\, h \qquad (28)$$

mit $\bar{h} \in \bar{H}$ und $h \in H$. Diese Faktorisierung heißt DC-Zerlegung, und die Permutation Z_k ist ein DC Generator der k'ten DC. Führen wir diese Zerlegung in das Integral (25) ein und benutzen (27), so finden wir

$$(\alpha^m \bar{a}\bar{b} \mid p \mid \alpha^m ab) = (\alpha^n \bar{a}\bar{b} \mid Z_k \mid \alpha^n ab) \qquad (29)$$

Die Permutation

$$p = \begin{pmatrix} 1 \cdots m_{a_1} & m_{a_1}+1 \cdots & m_{a_1}+m_{a_2} & m_{a_1}+m_{a_2}+1 \cdots & m-m_{b_2} \cdots & m-m_{b_2}+1 \cdots m \\ 1 & m_{a_1} \quad m_{a_1}+m_{b_2}+1 \cdots & m-m_{b_2} & m_{a_1}+1 \cdots & m_{a_1}+m_{b_2} & m-m_{b_2}+1 \quad m \end{pmatrix}$$

kann als Permutation von Teilchensätzen

$$p = \begin{pmatrix} \underline{m}_{a_1} & \underline{m}_{a_2} & \underline{m}_{b_1} & \underline{m}_{b_2} \\ \underline{m}_{a_1} & \underline{m}_{b_1} & \underline{m}_{a_2} & \underline{m}_{b_2} \end{pmatrix} \qquad (31)$$

geschrieben werden.
Es ist leicht zu überprüfen, daß sie in der durch (23) beschriebenen DC liegt, und wir wählen sie daher als DC Generator

$$Z_k = \begin{pmatrix} \underline{m}_{a_1} & \underline{m}_{a_2} & \underline{m}_{b_1} & \underline{m}_{b_2} \\ \underline{m}_{a_1} & \underline{m}_{b_1} & \underline{m}_{a_2} & \underline{m}_{b_2} \end{pmatrix} \qquad (32)$$

wobei wir den Teilchensatz n_a in kleinere Sätze n_{a_1} und n_{a_2} aufgespaltet haben und auch n_b in n_{b_1} und n_{b_2}.
Der Index k ist definiert als $k = \mathrm{Min}(n_{a_2}, n_{b_1})$. (33)

Sind die beiden Clusterstrukturen gleich, so ist dies offensichtlich der k-Teilchen-Austausch, denn wir aus physikalischen Gründen erwarteten. Man kann aber leicht nachweisen, daß diese Interpretation insofern verallgemeinert werden kann, als es in jeder DC eine Permutation gibt, welche genau 2k Teilchen betrifft und alle übrigen am Ort läßt.
Um nun wirklich vollen Gebrauch von der DC Zerlegung zu machen, wollen wir auch den Youngoperator aus (23) in DC zerlegen, was ganz ähnlich geschieht wie bei der Nebenklassenzerlegung (17).

Nach einigen Rechnungen lautet unsere Ergebnis

$$(34)\quad (\alpha^m(\bar{a}\bar{b})fs \mid \alpha^m(ab)fs) = (\alpha^m \bar{a}\bar{b} \mid C^{f}_{\bar{a}\bar{b},ab} \mid \alpha^m ab)$$
$$= \frac{|f|}{m!} m_{\bar{a}}! m_{\bar{b}}! m_a! m_b! \sum_k \frac{1}{m(z_k)} \langle f\bar{a}\bar{b}|z_k|fab\rangle (\alpha^m \bar{a}\bar{b}|z_k|\alpha^m a$$

Das Matrixelement $\langle f\bar{a}\bar{b}|z_k|fab\rangle$ ist zudem recht einfach zu erhalten. Es wurde gezeigt SE 69, KR 69, daß es ein 9f Koeffizient ist, der sich wiederum durch 9j oder 3j Koeffizienten von SU(2) ausdrücken läßt.

Wir haben für das Normierungsmatrixelement eine Linearkombination von Austauschintegralen gefunden. Die Austauschintegrale sind durch die DC der Gruppe S(n) nach den Invarianzgruppen $\bar{H}$ und H der einfachen Clusterfunktionen charakterisiert. Die algebraischen Koeffizienten sind leicht zu berechnen.

b) Das Einteilchenmatrixelement

Das reduzierte Bahnmatrixelement eines Einteilchenoperators (10) können wir mit symmetrieangepaßten Clusterfunktionen (13) als

$$(\alpha^m(\bar{a}\bar{b})ff' \| T(m) \| \alpha^m(ab)ff') |f'|^{1/2}$$
$$= (\alpha^m(\bar{a}\bar{b})ff't' \mid T(m) \mid \alpha^m(ab)ff't')$$
$$= (\alpha^m \bar{a}\bar{b} \mid C^{\bar{f}}_{\bar{a}\bar{b},f't'} T(m) C^{f}_{f't',ab} \mid \alpha^m ab) \qquad (35)$$

schreiben.

Eine DC Zerlegung nach $\bar{H}$ und S(n-1)+S(1) bzw. S(n-1)+S(1) und H spaltet uns zugleich diejenigen Permutationen ab, welche auf die einfachen Clusterfunktionen trivial angewendet werden können, und diejenigen, welche mit T(n) vertauschen.

Mit $\bar{g}$, $g \in S(n-1)\otimes S(1)$, $\bar{h} \in \bar{H}$ und $h \in H$ sind die DC Zerlegungen von $\bar{p}, p \in S(n)$.

$$\bar{p} = \bar{h} Z_{\bar{q}} \bar{g} \qquad (36.a)$$

und

$$p = g Z_q h \qquad (36.b)$$

Z_q und $Z_{\bar{q}}$ sind dann die Generatoren der jeweiligen DC.

Es ist einfach zu sehen SE 69 Formel 4.29, daß der geeignete

Youngoperator für unsere Rechnungen,die Gestalt

$$C^{f}_{f'l',ab} = \frac{|f|\,(n-1)!}{n!\,|f'|}\, m_a!\, m_b! \sum_{q} \frac{1}{m(z_q)}\, C^{f'}_{l',a'(q)\,b'(q)}$$
$$\times \langle f f'(a'(q)b'(q))(a''(q)b''(q)) \,|z_q|\, f a(a'(q)a''(q))b(b'(q)b''(q)\rangle$$
$$\times z_q\, C^{ab} \qquad (37)$$

haben soll.
Wenden wir diese Zerlegung für beide Youngoperatoren in (35) an, so finden wir für das reduzierte Matrixelement

$$\left(\bar{\alpha}^{m}(\bar{a}\bar{b})\bar{f}(f'l) \,\|\, T(m) \,\|\, \alpha^{m}(ab) f(f'l)\right)$$
$$= \frac{|\bar{f}|\,|f|\, m_{\bar{a}}!\, m_{\bar{b}}!\, m_a!\, m_b!}{n!\, m!\, |f'|^{1/2}}$$
$$\times \sum_{\bar{q}\,q} \langle \bar{f}\bar{a}(\bar{a}'(\bar{q})\bar{a}''(\bar{q}))\bar{b}(\bar{b}'(\bar{q})\bar{b}''(\bar{q})) \,|z_{\bar{q}}|\, \bar{f} f'(\bar{a}'(\bar{q})\bar{b}'(\bar{q}))\rangle$$
$$\times \langle f f'(a'(q)b'(q)) \,|z_q|\, f a(a'(q)a''(q))b(b'(q)b''(q))\rangle$$
$$\times \sum_{k'} \frac{1}{m(z'_{k'})} \left(\bar{\alpha}^{m}\bar{a}\bar{b} \,|\bar{z}_{\bar{q}}\, T(m)\, z'_{k'} z_q\,|\, \alpha^{m} ab\right)$$
$$\times \langle f'\bar{a}'(\bar{q})\bar{b}'(\bar{q}) \,|z'_{k'}|\, f'a'(q)b'(q)\rangle \qquad (38)$$

Sämtliche Matrixelemente,die in diesem Ausdruck vorkommen, können nach Belieben durch 9f,9j, oder 3j Symbole ausgedrückt werden.
Die Integrale sind alle verschieden,denn sie können durch keine Permutation ineinander übergeführt werden,welche trivial auf die einfache Clusterfunktion angewandt werden kann.Wir haben also auch das reduzierte Einteilchenmatrixelement als Linearkombination von wirklich verschiedenen Austauschintegralen mit leicht zu handhabenden Koeffizienten ausgedrückt.

c)Dreicluster Konfiguration

Wir gehen in einer ähnlichen Weise wie bei der Zweiclusterkonfiguration vor,und bekommen für das Normierungsmatrixelement
KR 72 Formel 4.9,SE 69 Formel 5.12

$$(\alpha^m((\bar{a}b)f_{\bar{a}b}\bar{c})fs \mid \alpha^m((ab)f_{ab}c)fs)$$
$$= \frac{|f||\bar{H}||H|}{m!} \sum_K \frac{1}{m(z_k)} (\alpha^m \bar{a}b\bar{c} \mid z_k \mid \alpha^m abc)$$
$$\times \langle f f_{\bar{a}b}(\bar{a}b)\bar{c} \mid z_k \mid f f_{ab}(ab)c \rangle \qquad (39)$$

wobei

$$\bar{H} = S(n_{\bar{a}}) + S(n_{\bar{b}}) + S(n_{\bar{c}}) \qquad \text{und} \qquad H = S(n_a) + S(n_b) + S(n_c)$$

$|\bar{H}|$ und $|H|$ bedeuten hier die Ordnung der Gruppen $\bar{H}$ und H .

und für das reduzierte Einteilchenmatrixelement, KR 72 Formel 4.9
SE 69 Formel 5.26

$$\left(\alpha^m((\bar{a}b)f_{\bar{a}b}\bar{c})f(f'_1) \| T(m) \| \alpha^m((ab)f_{ab}c)f(f'_1)\right)$$
$$= \frac{|\bar{f}||f||\bar{H}||H|}{|f'|^{1/2} m! m} \sum_{\bar{q}qK'} (\alpha^m \bar{a}b\bar{c} \mid \bar{z}_{\bar{q}} T(m) z'_{K'} z_q \mid \alpha^m abc) \frac{1}{m(K')}$$
$$\times \sum_{f'_{\bar{a}b} f'_{ab}} \langle \bar{f} f_{\bar{a}b}\left[\bar{a}(\bar{a}'(\bar{q})\bar{a}''(\bar{q}))b(b'(\bar{q})b''(\bar{q}))\right]\bar{c}(\bar{c}'(\bar{q})\bar{c}''(\bar{q}))) \mid \bar{z}_{\bar{q}}$$
$$\mid f f'\left[f'_{\bar{a}b}(\bar{a}'(\bar{q})b'(\bar{q})\bar{c}'(q)\right] \rangle$$
$$\times \langle f f'\left[f'_{ab}(a'(q)b'(q))c'(q)\right] \mid z_q \mid f f_{ab}\left[a(a'(q)a''(q))b(b'(q)b''(q))\right]c(c$$
$$\times \langle f' f'_{\bar{a}b}(\bar{a}'(\bar{q})b'(\bar{q})\bar{c}'(\bar{q})) \mid z'_{K'} \mid f' f'_{ab}(a'(q)b'(q))c'(q) \rangle \qquad (40)$$

Kapitel C

Berechnung von elektromagnetischen Übergangsoperatoren im Oszillatorclusteransatz

C1.- Allgemeine Eigenschaften der elektromagnetischen Übergänge im A-Teilchensystem. Fall des ^{6}Li Kerns.

C2.- (a) Oscillator Cluster Parent States.
(b) Relativvektoren und ihre Transformationen.

C3.- Zwei Cluster: Berechnung der Bahnaustausch- und Normintegrale für Y_0 und Y_1 Übergänge.

C4.- Drei Cluster: Berechnung der Bahnaustausch- und Normintegrale für Y_0 Übergänge.

C5.- Spin-Isospinmatrixelemente.

Kapitel C

Berechnung von elektromagnetischen Übergangsoperatoren im Oszillatorclusteransatz

1.- Allgemeine Eigenschaften der elektromagnetischen Übergänge im A-Teilchensystem. Fall des ^{6}Li Kerns.

Für die γ -Übergänge verwenden wir die folgenden Regeln: Zustände mit einer dominanten Partition f sollten sich höchstens in einem einzelnen Kästchen des Youngsdiagramms unterscheiden, da Multipol-Operatoren Einteilchenoperatoren sind und daher können sie bloß ein Kästchen des Youngdiagramms ändern.

Für E1 - Übergänge haben wir die Auswahlregeln

Gesamt- und Bahndrehimpuls $\Delta J = 0,\pm 1$; $\Delta L = 0,\pm 1$;

Parität $\Delta\pi = +1$; Isospin $\Delta T = 0,\pm 1$.

Wir setzen voraus $\Delta S = 0$ als Bedingung, die der Hauptteil des E1-Operators erfüllt.

Für selbstkonjugierte Kerne wie ^{6}Li haben wir die zusätzliche Forderung $\Delta T \neq 0$.

Für den Fall des ^{6}Li haben wir die folgenden möglichen Partitionen, die mit dem Supermultiplettschema (bis drei Komponenten) vereinbar sind

$$f = [42],[411],[33],[321],[222] .$$

Daher stellen wir die folgende Tabelle auf, die uns die möglichen γ -Übergänge wiedergibt

f \ $\bar{f}$	[42]	[411]	[33]	[321]	[222]
[42]	X	X	X	X	O
[411]	X	X	O	O	O
[33]	X	O	X	X	O
[321]	X	O	X	X	X
[222]	O	O	O	X	X

Tabelle I

Nach der Berechnung von KR 80 und SC 74 (Siehe D1 für Einzelheiten) ordnen wir der Konfiguration $[42]$ mit positiver Parität den Grundzustand zu.
Diesen Grundzustand betrachten wir hier im Oszillatoransatz,in der niedrigsten Quanten- und Drehimpulsanregung : $N = 2, L = 0,2$.
Für Zustände negativer Parität wählen wir,nach KR 80 und SC 74, (Siehe wiederum D1 für Einzelheiten),die Konfiguration $f = [411]$ und $f = [33]$ aus, und suchen in die niedrigsten Quanten- und Drehimpulszahlen $N = 3, L = 1,3$.
Die erste Konfiguration negativer Parität $[42]$ und die vierte wollen wir in diese Arbeit nicht behandeln und die fünfte $[222]$, obgleich sie ein Supermultiplett erlaubter Partition ist,kommt hier nicht in Frage,da unser Dipoloperator nur ein Kästchen des Grundzustandes verändern kann.
Eine ausführliche Diskussion über die Zustände in ^{6}Li Kern ist im Abschnitt D1 vorgesehen.

2.a) ‚Oscillator Cluster Parent States'

Sei $|0\rangle$ ein normierter unangeregter Oscillator-Zustand

$$|0\rangle = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/2} exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar}\underset{\sim}{x}^2\right] \qquad (1)$$

ndere Zustände können wir durch Anwendung des Erzeugungsopera-
ors

$$\underset{\sim}{A} = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{1/2}\underset{\sim}{x} - i\,\frac{1}{(2m\omega\hbar)^{1/2}}\,\underset{\sim}{p} \qquad (2)$$

wobei $\underset{\sim}{x}$ ein Ortsvektor und $\underset{\sim}{p}$ sein konjugierter Impuls ist)
uf $|0\rangle$ erhalten.

ur Beschreibung des Clusterfunktion $|\alpha^n abc)$ mit der Cluster-
eilung $n_a \leq n_b \leq n_c$; $n_a + n_b + n_c = n$ und $a = 1,2, \ldots n_a$;
$= n_a+1, n_a+2, \ldots n_a+n_b$; $c = n_a+n_b+1, n_a+n_b+2, \ldots n$; in einer
armonischen Oszillatorbasis definieren wir zunächst für die Rela-
ivbewegung der Clustern die Relativvektoren

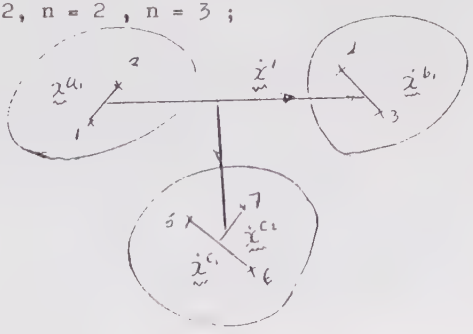
$$\underset{\sim}{\dot{x}}^1 = \left(\frac{n_c n_b}{n_a+n_b}\right)^{1/2}\left[\frac{1}{n_a}\left(\underset{\sim}{x}^1 + \ldots + \underset{\sim}{x}^{n_a}\right) - \frac{1}{n_b}\left(\underset{\sim}{x}^{n_a+1} + \ldots + \underset{\sim}{x}^{n_a+n_b}\right)\right] \qquad (3)$$

$$\underset{\sim}{\dot{x}}^2 = \left[\frac{(n_a+n_b)n_c}{n_a+n_b+n_c}\right]^{1/2}\left[\frac{1}{n_a+n_b}\left(\underset{\sim}{x}^1 + \ldots + \underset{\sim}{x}^{n_a+n_b}\right) - \frac{1}{n_c}\left(\underset{\sim}{x}^{n_a+n_b+1} + \ldots + \underset{\sim}{x}^{n}\right)\right] \qquad (4)$$

nd für die Freiheitsgrade innerhalb jedes Clusters führen wir
ie Standard Jacobivektoren ein

$$\begin{aligned} &\underset{\sim}{\dot{x}}^{a_i} && i = 1,2, \ldots n_a - 1 \\ &\underset{\sim}{\dot{x}}^{b_j} && j = 1,2, \ldots n_b - 1 \\ &\underset{\sim}{\dot{x}}^{c_k} && k = 1,2, \ldots n_c - 1 \end{aligned} \qquad (5)$$

eispiel : n = 2, n = 2 , n = 3 ;



Die Relativvektoren gehen aus den Einteilchenvektoren $\underset{\sim}{x}^1, \underset{\sim}{x}^2, \ldots \underset{\sim}{x}^m$ durch eine orthogonale Transformation hervor.
Alternativ benutzen wir eine Bezeichnung, in der $\dot{\underset{\sim}{x}}^1$ und $\dot{\underset{\sim}{x}}^2$ wiederum die beiden Relativvektoren zwischen den Clustern bedeuten, während die restlichen n-3 internen Vektoren $\dot{\underset{\sim}{x}}^{a_1}$ bis $\dot{\underset{\sim}{x}}^{c_{nc-1}}$ fortlaufend durchnumeriert sind.
Um einer Zustand für die Relativbewegung in einer harmonische Oszillatorbasis aufzubauen, gehen wir in der folgenden Weise vor.:
Zu den Vektoren $\dot{\underset{\sim}{x}}^1$ und $\dot{\underset{\sim}{x}}^2$ stellen wir die entsprechenden konjugierten Impulse auf und dann die Erzeugungsoperatoren

$$\underset{\sim}{\eta}^i = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{1/2} \dot{\underset{\sim}{x}}^i - i \frac{1}{(2m\omega\hbar)^{1/2}} \dot{\underset{\sim}{p}}^i \quad (i = 1,2) \qquad (6)$$

und die homogene Polymone

$$P^{N_s}_{L_s M_s}(\dot{\underset{\sim}{m}}^s) = A_{N_s L_s} (\dot{\underset{\sim}{m}}^s \cdot \dot{\underset{\sim}{m}}^s)^{\frac{1}{2}(N_s - L_s)} Y_{L_s M_s}(\dot{\underset{\sim}{m}}^s) \qquad (7)$$

mit

$$A_{NL} = (-)^{\frac{1}{2}(N-L)} \left[\frac{4\pi}{(N+L+1)!!\,(N-L)!!}\right]^{1/2} \qquad (8)$$

Dann definieren wir die normierten unangeregten Einheitsvektoroszillator-Zustände als

$$|0^s\rangle = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar}(\dot{\underset{\sim}{x}})^2\right] \qquad (9)$$

Andere Zustände erzeugen wir durch Anwendung von $P^{N_s}_{L_s M_s}$

$$|N_s L_s M_s\rangle = P^{N_s}_{L_s M_s}(\dot{\underset{\sim}{m}}^s)\,|0^s\rangle \qquad (10)$$

wobei $N_s L_s M_s$ jeweils die Quantenzahl und die Drehimpulsquantenzahlen bezeichnen.
Um einem Relativbewegungzustand zu bekommen müssen wir die Drehimpulse L_1 und L_2 zu einem Gesamtdrehimpuls L koppeln.

$$\chi_{LM}(\dot{\underset{\sim}{x}}^1 \dot{\underset{\sim}{x}}^2) = \left[P^{N_1}_{L_1 M_1}(\dot{\underset{\sim}{m}}^1) P^{N_2}_{L_2 M_2}(\dot{\underset{\sim}{m}}^2)\right] |0^1\rangle |0^2\rangle \qquad (11)$$

wobei die eckige Klammer die Kopplung bezeichnet.
Für die interne Zustandsfunktion der Cluster definieren wir ein Produkt aus drei unangeregten Oszillatorzustände, da die Cluster

selber keinerlei Anregung tragen

$$\varphi_a(\underset{\sim}{x}^{a s_a})\,\varphi_b(\underset{\sim}{x}^{b s_b})\,\varphi_c(\underset{\sim}{x}^{c s_c}) = \prod_{j=1}^{3}\prod_{s_j=1}^{n_j-1} |0^{a_j s_j}\rangle \qquad (12)$$

Wir fassen alles zusammen. Aus dem unangeregten Grundzustand, definiert als

$$|0\rangle = |0^1\rangle|0^2\rangle \prod_{j=1}^{3}\prod_{s_j=1}^{n_j-1} |0^{a_j s_j}\rangle$$

$$|0\rangle = N^{n-1} \exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar}\left((\underset{\sim}{x}^1)^2+(\underset{\sim}{x}^2)^2+\sum_{j=1}^{3}\sum_{s_j=1}^{n_j-1}(\underset{\sim}{x}^{a_j s_j})^2\right)\right] \qquad (13)$$

mit

$$N = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{3/2} \qquad (14)$$

bekommen wir die , Oscillator Cluster Parent States '

$$|\alpha^n\, abc\, N_1 L_1 N_2 L_2 L M\rangle = \varphi_a(\underset{\sim}{x}^{a s_a})\,\varphi(\underset{\sim}{x}^{b s_b})\,\varphi(\underset{\sim}{x}^{c s_c})\,\chi_{LM}(\underset{\sim}{x}'\underset{\sim}{x}^2)$$

$$= \left[P^{N_1}_{L_1 M_1}(\underset{\sim}{M}')\; P^{N_2}_{L_2 M_2}\right]_{LM} |0\rangle \qquad (15)$$

n internen Bewegungen wird nur eine Nullpunktsschwingung erlaubt, ährend die beiden Relativvektoren die Oszillatoranregungen N_1 und $_2$ mit Drehimpulsen L_1 und L_2 tragen, letztere gekoppelt zum gesamten Bahndrehimpuls L.

Gruppentheoretisch gesehen sind diese Funktionen dadurch charakterisiert, daß es sich um Basisfunktionen von reduzibeln unitären arstellungen der unitären Gruppe handelt, und zwar um besonders einfache, da alle Gewichte außer N_1 und N_2 Null sind. Von dieser Tatsache machen wir auf folgende Weise (Siehe KR 73 Absch.3) Gebrauch: Ist u_{st} eine beliebige unitäre (n-1)x(n-1) Matrix, so ist das Darstellungsmatrix element

$$\langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 \bar{L} \bar{M}\, \underbrace{000\cdots0}_{n-3} \,|\, U \,|\, N_1 L_1 N_2 L_2 N L\, \underbrace{000\cdots0}_{n-3}\rangle \qquad (16)$$

aufgefaßt als Matrixelement zwischen Basisfunktionen zur Darstellung von U(n-1), bereits durch das Matrixelement

$$\langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 \bar{L} \bar{M} | U' | N_1 L_1 N_2 L_2 N L\rangle \qquad (17)$$

der Untermatrix U' von U zwischen Basisfunktionen zu Darstellung von U(2) gegeben.
Dies gilt, obwohl U' als Teilmatrix einer unitäre Matrix im allgemeinen nicht mehr unitär ist.
Auf diese Weise können wir schreiben

$$\langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 \bar{N} \bar{L} \, 0000\ldots 0 \,|\, U \,|\, N_1 L_1 N_2 L_2 N L \, 000\ldots 0 \rangle$$
$$= \langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 \bar{L} \bar{M} \,|\, U' \,|\, N_1 L_1 N_2 L_2 L M \rangle \qquad (18)$$

Damit überträgt sich die Einfachheit des Clusteransatzes auch auf die Berechnung von Matrixelementen, indem die n-1 dimensionalen Integrale auf solche von nur zwei Dimensionen zurückgeführt werden.
Wir verwenden das obige Ergebnis (18) für das skalare Produkt zweier Polynome (Siehe KR 73 Absch.3)

$$P_\rho = \left[P^{N_1}_{L_1}(\ddot{m}^t b_{t_1}) \, P^{N_2}_{L_2}(\ddot{m}^t b_{t_2}) \right]_{LM} \qquad (19.a)$$

$$P_{\bar{\rho}} = \left[P^{\bar{N}_1}_{\bar{L}_1}(\ddot{m}^t c_{t_1}) \, P^{\bar{N}_2}_{\bar{L}_2}(\ddot{m}^t c_{t_2}) \right]_{LM} \qquad (19.b)$$

und bekommen

$$\langle 0 | P^+_{\bar{\rho}} P_\rho | 0 \rangle = \langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 L | \mathcal{C} | N_1 L_1 N_2 L_2 L \rangle$$

wobei $\mathcal{C}$ ist eine 2 x 2 Matrix, die in Abschnitt C2.b berechnet wird und

$$\langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 \, L \,|\, U \,|\, N_1 L_1 N_2 L_2 L \rangle$$

ist ein Transformationsbracket, das auch in Absch. C2.b angegeben wi

C2.b.- Die Transformation der Relativvektoren

Für die Berechnung der Norm- und Wechselwirkungintegrale müssen wir zunächst die Transformationsmatrizen,die bei den Permutationen der Relativvektoren in den Integralen auftreten,gewinnen. Die Transformationen der Operatoren $\dot{\underset{\sim}{m}}^s$ sind zugleich die Transformationen der Relativvektoren $\dot{\underset{\sim}{x}}^s$ .Die Relativvektoren sind Linear kombinationen der Vektoren $\dot{\underset{\sim}{x}}^s$ und folglich transformieren sie sich linear bei Permutationen.Wir stellen diese Vektoren als BID der Permutationsgruppen,

$$S(n) \supset S(n_a+n_b)+S(n_c) \supset S(n_a)+S(n_b)+S(n_c) \qquad (21)$$

dar.

Die Vektoren $\dot{\underset{\sim}{x}}^s$ transformieren sich unter S(n) nach ID(n-1 1) während der Schwerpunktvektor sich nach der ID(n) transformiert. Mit diesen Argumenten bekommen wir die Klassifizierungstabelle

	$S(n)$	$S(n_a+n_b)$	$S(n_a)\oplus S(n_b)\oplus S(n_c)$
$\dot{\underset{\sim}{x}}^1$	$\{n-1\ 1\}$	$\{n_a+n_b-1\ 1\}$	$\{n_a\}+\{n_b\}+\{n_c\}$
$\dot{\underset{\sim}{x}}^2$		$\{n_a+n_b\}$	$\{n_a\}+\{n_b\}+\{n_c\}$
$\dot{\underset{\sim}{x}}^{aS_a}$		$\{n_a+n_b-1\ 1\}$	$\{n_a-1\ 1\}+\{n_b\}+\{n_c\}$
$\dot{\underset{\sim}{x}}^{bS_b}$			$\{n_a\}+\{n_b-1\ 1\}+\{n_c\}$
$\dot{\underset{\sim}{x}}^{cS_c}$			$\{n_a\}+\{n_b\}+\{n_c-1\ 1\}$

Tabelle 2

Man kann eine zweite Klassifizierung für die Vektoren $\dot{\underset{\sim}{x}}^t$ aus dem zweiten , Cluster Parent State ' in ähnlicher Weise bekommen.

Die Berechnung der Normintegrale

etzt wenden wir eine Permutation Z_k auf $\dot{\underset{\sim}{m}}^s$ an, und bekommen eine lineare Kombination der Vektoren $\dot{\underset{\sim}{m}}^t$ aus dem zweiten , Cluster Parent State '

$$Z_k \dot{\underset{\sim}{m}}^s = \sum_{t=1}^{m-1} \dot{\underset{\sim}{m}}^t e_{ts}(Z_k) \qquad (22)$$

dann können wir Glg.(20) ausnützen,so daß sich ergibt

$$\begin{aligned}&\left(\alpha^{m}\,\bar{a}\bar{b}\bar{c}\;\bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2\,\bar{L}\bar{M}\,|\,z_k\,|\,\alpha^{m}\,abc\;N_1L_1N_2L_2\,LM\right) \qquad (23)\\ &=\delta_{\bar{L}L}\,\delta_{\bar{M}M}\sum_{\bar{N}_1+\bar{N}_2,N_1+N_2}\left\langle \bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2\left|\begin{pmatrix}e_{11}(z_k) & e_{12}(z_k)\\ e_{21}(z_k) & e_{22}(z_k)\end{pmatrix}\right|N_1L_1N_2L_2\right\rangle\end{aligned}$$

Beachten wir,daß die Operatoren $\dot{\underline{n}}^1$ und $\dot{\underline{n}}^2$ nach Darstellungen von Untergruppen von S(n) klassifiziert sind,welche wir im Zusammenhang mit den DC-Generatoren Z_k im letzten Kapitel schon benutzt haben,so wird klar,daß es sich bei den Matrixelementen $u_{ts}(Z_k)$ genaus um jene vom Typ (B3.38) handelt

$$e_{st}(z_k)=\left\langle\{\bar{m}-1\,1\}\,\bar{g}\{\bar{m}_a\}\{\bar{m}_b\}\{\bar{m}_c\}\,|\,\bar{z}_k\,|\{m-1\,1\}g\{m_a\}\{m_b\}\{m_c\}\right\rangle$$

$$t=1:\quad \bar{g}=\{\bar{m}_{\bar{a}}+\bar{m}_b-1\;\;1\}\qquad t=2:\ \bar{g}=\{\bar{m}_{\bar{a}}+\bar{m}_b\}$$

$$s=1:\quad g=\{m_a+m_b-1\;\;1\}\qquad t=2\ g=\{m_a+m_b\}$$

Die Austauschintegrale bei der Normierung sind verallgemeinerte ‚Brackets' ,deren Definition auf Moshinsky MO 59 zurückgeht und die von Kramer KR 70 in geschlossener Form angegeben werden

$$\begin{aligned}&\left[P^{N_1}_{L_1}(\dot{\underline{m}}^1u_{11}+\dot{\underline{m}}^2u_{21})\,P^{N_2}_{L_2}(\dot{\underline{m}}^1u_{12}+\dot{\underline{m}}^2u_{22})\right]_{LM}\\ &=\sum_{\bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2}\left\langle\bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2L\,|\,U\,|N_1L_1N_2L_2L\right\rangle\left[P^{\bar{N}_1}_{\bar{L}_1}(\dot{\underline{m}}^1)\,P^{\bar{N}_2}_{\bar{L}_1}(\dot{\underline{m}}^2)\right]_{LM}\end{aligned}$$

it

$$\langle \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 L | (UU) | N_1 L_1 N_2 L_2 L \rangle$$

$$= \sum_{N_{11} N_{12} N_{21} N_{22}} u_{11}^{N_{11}} u_{12}^{N_{12}} u_{21}^{N_{21}} u_{22}^{N_{22}}$$

$$\times \sum_{L_{11} L_{12} L_{21} L_{22}} A(N_{11} L_{11} N_{12} L_{12} \bar{N}_1 \bar{L}_1)\ A(N_{21} L_{21} N_{22} L_{22} \bar{N}_2 \bar{L}_2)$$

$$\times\ A(N_{11} L_{11} N_{12} L_{12} N_1 L_1)\ A(N_{12} L_{12} N_{22} L_{22} N_2 L_2)$$

$$\times \left[(2\bar{L}_1+1)(2\bar{L}_2+1)(2L_1+1)(2L_2+1)\right]$$

$$\times \begin{Bmatrix} L & L_1 & L_2 \\ \bar{L}_1 & L_{11} & L_{12} \\ \bar{L}_2 & L_{21} & L_{22} \end{Bmatrix} \qquad (26)$$

Die Summe werden stark vereinfacht durch die Eigenschaften der
A-Koeffizienten

$$A(N'L'\,N''L''\,NL) = \delta_{N'+N''_1 N}\ A_{N'L'}\ A_{N''L''}\ A^{-1}_{NL}$$

$$\times \left[(2L'+1)(2L''+1)\right]^{1/2} (-)^{L'-L''} \begin{pmatrix} L & L' & L'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (27)$$

it

$L' \leq N'$		$N' - L'$	
$L'' \leq N''$	und	$N'' - L''$	gerade
$L \leq N$		$N - L$	

Wechselwirkungsintegrale

Für die WW-Integrale führen wir eine Zwischenvektormenge ein, um die Matrixelementen von T(n) zu trennen. Durch die Gruppenkette $S(n) \supset S(n-1) \oplus S(1)$ definieren wir n-1 orthogonale Vektoren $\tilde{\tilde{x}}^s$ nach Tabelle 3 .

Tabelle 3

	S(n)	S(n-1)	S(1)
$\tilde{\tilde{x}}^s$	{n-1 1}	{n-2 1}	{1}
$\tilde{\tilde{x}}^{n-1}$		{n-1}	{1}

Der einzige interessante Relativvektor ist $\tilde{\tilde{x}}^{n-1} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \left(\tilde{\tilde{x}}^n - \tilde{\tilde{x}}_{cm} \right)$ da der Operator T(n) auf ihn wirkt.

Wir werden auch die folgenden Kombinationen von Vektoren brauchen

$$\bar{z}'_{k'} \bar{z}_q \tilde{\tilde{m}}^s = \sum_{t=1}^{n-2} \tilde{\tilde{m}}^t b_{ts} + \tilde{\tilde{m}}^{n-1} b_{n-1\,s} \qquad (28.a)$$

$$\bar{\bar{z}}_q^{-1} \tilde{\tilde{m}}^s = \sum_{t=1}^{n-2} \tilde{\tilde{m}}^t c_{ts} + \tilde{\tilde{m}}^{n-1} c_{n-1\,s} \qquad (28.b)$$

Die letzten Transformationen (s = 1,2) sind reell orthogonal mit bekannten Koeffizienten

$$C_{n-1\,s}\left(\bar{\bar{z}}_q^{-1}\right) = C_{s\,n-1}\left(\bar{\bar{z}}_{\bar{q}}\right) = \langle \{n-1\,1\}\{n-1\}\{\bar{a}'_1 + \bar{a}'_2\}\{\{\bar{a}'_1\}\{\bar{a}'_2\}g\}\{$$
$$\{\bar{a}''_1\}\{\bar{a}''_2\}\{\bar{a}''_3\}\left|\, \bar{\bar{z}}_q^{-1} \,\right|\{n-1\,1\}\bar{g}\{\{\bar{a}_1\}\{\bar{a}_2\}\{\bar{a}_3\}\}\rangle$$

$$b_{n-1\,s}\left(\bar{z}'_{k'} \bar{z}_q\right) = \langle \{n-1\} \left| \bar{z}'_{k'} \right| \{n-1\} \rangle \, b_{n-1\,s}\left(\bar{z}_q\right) \qquad (30)$$

wobei $\bar{g}$ die Werte

	$\bar{s}=1$	$\bar{s}=\bar{2}$
$\bar{g}$	$\{\bar{a}_1 + \bar{a}_{n-1}\,1\}$	$\{\bar{a}_1 + \bar{a}_2\}$

Tabelle 4

annehmen kann

it (25) und durch Umkopplung der Drehimpulse ergibt sich die
ntwicklung

$$\left[P^{N_1}_{L_1}\left(\sum \hat{m}^t b_{t1}\right) P^{N_2}_{L_2}\left(\sum \hat{m}^t b_{t2}\right)\right]_{LM}$$

$$= \sum \left\{ \left[\left[P^{N_1'}_{L_1'}\left(\sum_{t=1}^{m-2} \hat{m}^t_{t_1}\right) P^{N_2'}_{L_2'}\left(\sum_{t=1}^{m-2} \hat{m}^t_{t_2}\right)\right]\left[P^{N''}_{L''}\left(\hat{m}^{m-1}\right)\right]_{L''}\right]_{LM}\right.$$

$$\times A\left(N_1' L_1', N_1'' L_1'', N_1 L_1\right)\left(b_{m-1,1}\right)^{N_1''} A\left(N_2' L_2', N_2'' L_2'', N_2 L_2\right)\left(b_{m-1,2}\right)^{N_2''}$$

$$\times A\left(N_1'' L_1'', N_2'' L_2'', N'' L''\right)\left[(2L_1+1)(2L_2+1)(2L'+1)(2L''+1)\right]^{1/2}$$

$$\times \begin{Bmatrix} L & L' & L'' \\ L_1 & L_1' & L_1'' \\ L_2 & L_2' & L_2'' \end{Bmatrix} \qquad (31)$$

Diesselbe Entwicklung machen wir auf der linken Seite. Im so gekop-
pelten Schema wirkt der Tensoroperator T(n) nur auf den einen
'eil, so daß das gesamte Matrixelement in eine Summe von Beiträgen
:rfällt, jeder ein Produkt aus einem reduzierte Einteilchenmatrix-
element

$$\langle \bar{N}'' L'' \| T(m) \| N'' L'' \rangle \qquad (32)$$

und einem normierungsartigen Anteil, der sich wieder als ein
racket

$$\langle \bar{N}_1' L_1' \bar{N}_2' L_2' L' \,|\, \mathcal{E}' \,|\, N_1' L_1', N_2' L_2' L \rangle \qquad (33)$$

schreiben läßt, wobei die Matrixelemente der 2x2 Matrix $\mathcal{E}'$
egeben sind durch

$$e'_{rs} = \sum_{t=1}^{m-2} C_{rt}\left(\bar{z}_{\bar{q}}\right) b_{ts}\left(z'_{k'} z_q\right)$$

$$= \sum_{t=1}^{m-1} C_{rt}\left(\bar{z}_{\bar{q}}\right) b_{ts}\left(z'_{k'} z_q\right) - C_{r,m-1}\left(\bar{z}_{\bar{q}}\right) b_{m-1,s}\left(z_q\right) \qquad (34)$$

Wir fassen alle Terme mit demselben Einteilchenmatrixelement zusammen und erhalten das Ergebnis

$$
\begin{aligned}
&\left(\alpha^{m}\, a\, b\, c\, \bar{N}_1 \bar{L}_1 \bar{N}_2 \bar{L}_2 \bar{L} \,\middle\|\, \bar{z}_i \, T(m)\, z'_{k'} z_q \,\middle\|\, \alpha^{m}\, a\, b\, c\, N_1 L_1 N_2 L_2 L\right) \\
&= \sum_{\bar{N}'' \bar{L}'' N'' L''} \langle \bar{N}'' \bar{L}'' \,\|\, T(m) \,\|\, N'' L'' \rangle \\
&\left\{ \begin{matrix} \bar{N}'_1 \bar{L}'_1 \; \bar{N}'_2 \bar{L}'_2 \\ \bar{N}''_1 \bar{L}''_1 \; \bar{N}''_2 \bar{L}''_2 \\ N'_1 L'_1 \; N'_2 L'_2 \; N''_1 L''_1 N''_2 L''_2 \end{matrix} \right\} \Big[A(\bar{N}''_1 \bar{L}''_1 \; \bar{N}''_2 \bar{L}''_2 \bar{N}'' \bar{L}'') \, A(N''_1 L''_1 N''_2 L''_2 \, N'' L'') \\
&\quad \times \prod_s A(\bar{N}'_s \bar{L}'_s \; \bar{N}''_s \bar{L}''_s \; \bar{N}_s \bar{L}_s) \, A(N'_s L'_s N''_s L''_s N_s L_s) (c_{m-s})^{\bar{N}''_s} (b_{m-s}) \\
&\quad \times \left[(2\bar{L}_1+1)(2\bar{L}_2+1)(2\bar{L}'+1)(2\bar{L}''+1) \right]^{1/2} \begin{Bmatrix} \bar{L} & \bar{L}' & \bar{L}'' \\ \bar{L}_1 & \bar{L}'_1 & \bar{L}''_1 \\ \bar{L}_2 & \bar{L}'_2 & \bar{L}''_2 \end{Bmatrix} \\
&\quad \times \left[(2L_1+1)(2L_2+1)(2L'+1)(2L''+1) \right]^{1/2} \begin{Bmatrix} L & L' & L'' \\ L_1 & L'_1 & L''_1 \\ L_2 & L'_2 & L''_2 \end{Bmatrix} \\
&\quad \times (-)^{L'+L''+\bar{L}+k} \left[(2\bar{L}+1)(2L+1) \right]^{1/2} \begin{Bmatrix} \bar{L}'' & \bar{L} & L' \\ L & L'' & k \end{Bmatrix} \\
&\quad \times \langle \bar{N}'_1 \bar{L}'_1 \bar{N}'_2 \bar{L}'_2 L' \,|\, e' \,|\, N'_1 L'_1 N'_2 L'_2 L' \rangle \Big\} \qquad (35)
\end{aligned}
$$

Einschränkungen in der Summation ergeben sich auch hier aus den Eigenschaften der A-Koeffizienten.

Jedes Austauschintegral ist ausgedrückt als eine algebraische Summe von Einteilchenmatrixelementen der Wechselwirkung. Jeder Gewichtskoeffizient ist ein Polynom in den Größen e'_{rs}, $c_{n-1\,s}$, und $b_{n-1\,s}$, welche durch den Austauschtyp festgelegt sind, während die Koeffizienten des Polynoms nur von den Zahlen $\bar{N}_1, \bar{L}_1, \bar{N}_2, \bar{L}_2, N_1, L_1, N_2, L_2, \bar{L}, L, N'', L''$, k abhängen.

C3.- Zwei Cluster: Berechnung der Bahnaustausch- und Normintegrale für γ_0 und γ_1 Übergänge

In diesem und den nächsten Abschnitten werden wir die Abschnitte C1 und C2 und Kapitel B auf den Fall der elektromagnetischen Übergänge γ_0 und γ_1 in ^{6}Li anwenden.
Dazu betrachten wir die Partition f = [42] als Grundzustand und die Partition f = [33] als angeregten Zustand. Dann berechnen wir verschiedene Matrixelemente, die Strahlungsbreiten zu berechnen erlauben.
Wie schon im Abschnitt C1 geschrieben wurde, nehmen wir die niedrigsten Quanten- und Drehimpulsanregungszahlen. Die Werte sind in der unteren Tabelle aufgetragen.

#	π	Zustand	f	NL	Übergang
1	+	G.Z.	[42]	20	
2	+	A.Z.	[42]	22	
3	−	A.Z.	[33]	31	γ_0
4	−	A.Z.	[33]	33	γ_1

Tabelle 5

Die Zahlen N und L geben die gesamte Oszillatoranregung und den gesamten Bahndrehimpuls an.

Wir wenden jetzt Formel (B3.) an : (Siehe KR 69, Formel 4.11)

$$(\bar{\alpha}^m \bar{a}\bar{b}\bar{f}f'1 \,\|\, T(m) \,\|\, \alpha^m ab f f'1) = \frac{|\bar{f}||f|}{|f'|^{1/2}} \frac{m_a!\,m_b!\,m_{\bar{a}}!\,m_{\bar{b}}!}{n!\,m}$$

$$\times \sum_{\bar{q}\,q\,k'} \begin{bmatrix} \bar{f} & f' & 1 \\ \bar{a} & \bar{a}'_1 & \bar{a}''_1 \\ \bar{b} & \bar{a}'_2 & \bar{a}''_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f' & a'_1 & a'_2 \\ \bar{a}'_1 & & \\ \bar{a}'_2 & & k' \end{bmatrix} \frac{1}{m(k')} \begin{bmatrix} f & a & b \\ f' & a'_1 & a'_2 \\ 1 & a''_1 & a''_2 \end{bmatrix}$$

$$\times (\bar{a}\bar{b} \,|\, \bar{Z}_{\bar{q}} \top Z'_{k'} Z_q \,|\, ab) \qquad (36)$$

wobei der leere Raum k' mit dem entsprechende Doppelnebenklassensymbol gefüllt werden muß.

für den Fall

$$(37)\quad (\bar{\varepsilon}^{6}(33)[33][32]1 \,\|\, T \,\|\, \alpha^{6}(42)[42][32]1) = \frac{|[33]|\,|[42]|}{|[32]|^{1/2}}\,\frac{3!3!4!2!}{6!\,6}$$

$$\times \Bigg\{ \bar{q}=1 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{Bmatrix} \quad k'=1 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{Bmatrix} \quad q=1 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 33 & 32 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 32 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{3!2!} \begin{bmatrix} 42 & 4 & 2 \\ 32 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} (33|\bar{z}_1 + z'_1$$

$$\bar{q}=1 \qquad k'=2 \quad \begin{Bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix} \qquad q=1$$

$$+ \quad " \quad \begin{bmatrix} 32 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{2!1!1!} \quad " \quad (33|\bar{z}_1 + z'_2 z$$

$$\bar{q}=1 \qquad k'=3 \quad \begin{Bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{Bmatrix} \qquad q=1$$

$$+ \quad " \quad \begin{bmatrix} 32 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2!2!1!} \quad " \quad (33|\bar{z}_1 + z'_3 z$$

$$\bar{q}=2 \quad \begin{Bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{Bmatrix} \qquad k'=4 \quad \begin{Bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{Bmatrix} \qquad q=1 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 33 & 32 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 32 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{2!2!1!} \begin{bmatrix} 42 & 4 & 2 \\ 32 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} (33|\bar{z}_2 + z'_4 z$$

$$\bar{q}=2 \qquad k'=5 \quad \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{Bmatrix} \qquad q=1$$

$$+ \quad " \quad \begin{bmatrix} 32 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{2!1!1!} \quad " \quad (33|\bar{z}_2 + z'_5 z$$

$$\bar{q}=2 \qquad k'=6 \quad \begin{Bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{Bmatrix} \qquad q=1$$

$$+ \quad " \quad \begin{bmatrix} 32 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad " \quad (33|\bar{z}_2 + z'_6 z$$

Man merkt, daß jedem Indexwert, $\bar{q}$, k', oder q eindeutig nur ein Doppelnebenklassensymbol entspricht, d.h. diese Indizes sind eine Art Numerierung.

Ersetz man jede 9f-Symbol durch seinen numerischen Wert, so bekommt man

$$(\bar{\alpha}^6(33)[\bar{3}\bar{3}][\bar{3}\bar{2}]1 \,\|\, T \,\|\, \alpha^6(42)[4\bar{2}][\bar{3}\bar{2}]1) = \sqrt{6}/4$$

$$\times\big[(33|\bar{Z}_1 T Z'_1 Z_1|42) - 2(33|\bar{Z}_1 T Z'_2 Z_1|42) + (33|\bar{Z}_1 T Z'_3 Z_1|42)$$
$$+(33|\bar{Z}_2 T Z'_4 Z_1|42) + 2(33|\bar{Z}_2 T Z'_5 Z_1|42) - (33|\bar{Z}_2 T Z'_6 Z_1|42)\big] \qquad (38)$$

Für die Berechnung der Matrixelemente $(33|\bar{Z}_{\bar{q}} T Z'_{k'} Z_q|42)$ verwenden wir Formel (35) unter Anwendung auf Zweiclusterfall. (Siehe KR 73, Formel 6.3)

$$(\bar{\alpha}^6(\bar{a}_1\bar{a}_2)\,\bar{N}\,\bar{L}\,|\,Z_q T Z'_k Z_q\,|\,\alpha^6(a_1a_2)N\,L)$$

$$= \sum_{\bar{N}''\bar{L}''N''L''L'} \langle \bar{N}''\bar{L}'' \| T \| N''L'' \rangle A(N'L'\,\bar{N}''\bar{L}''\,\bar{N}\bar{L}) A(N'L'N''L''NL)$$

$$\times (-)^{L'+L''+\bar{L}+1} \left[(2\bar{L}+1)(2L+1)\right]^{-1/2} \begin{Bmatrix} \bar{L}'' & \bar{L} & L' \\ L & L'' & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\times \left(e'_{11}\right)^{N'} \left(c_{s1}\right)^{\bar{N}''} \left(b_{s1}\right)^{N''} \qquad (39)$$

Von Tabelle 5 nehmen wir die NL Werte von Zeile (1) und (3) für die Berechnung des Übergangs. Wir unterteilen die NL und bekommen Tabelle 6.

	$\bar{N}''\bar{L}''$	$N''L''$	$N'L'$	$\bar{N}\bar{L}$	NL
1	11	00	20	31	20
2	20	11	11	31	20
3	22	11	11	31	20
4	31	20	00	31	20

Tabelle 6

Auf diese Weise lautet unsere Ergebnis

$$\begin{aligned}&\left(\bar{\alpha}^6(33)31 \,\middle|\, \overline{Z}_{\bar{q}} \top Z'_{K'} Z_q \,\middle|\, \alpha^6(42)20\right)\\ &= (11\|\top\|00)\sqrt{\tfrac{5}{3}}\, c_{51}(e'_{11})^2 + (20\|\top\|11)\tfrac{\sqrt{10}}{3}(c_{51})^2 b_{51} e'_{11} +\\ &\quad + (22\|\top\|11)\tfrac{2\sqrt{2}}{3}(c_{51})^2 b_{51} e'_{11} + (31\|\top\|20)(c_{51})^3 (b_{51})^2 \qquad (40\end{aligned}$$

Die Koeffizienten c_{51}, b_{51} und e'_{11} hängen von $Z_q, Z'_{K'}$, und Z_q ab. Ihr expliziter Ausdruck ist KR 73 Anhang A zu sehen.
Für die Berechnung von e'_{11} haben wir Formel B10 von KR 72 benutzt
Alle Ergebnise sind in den folgenden Tabellen zusammengefaßt

$\bar{q}$	$DC(\overline{Z}_{\bar{q}})$	$C_{51}(\overline{Z}_{\bar{q}})$
1	$\begin{Bmatrix}3&2\\0&1\end{Bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$
2	$\begin{Bmatrix}2&3\\1&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$

Tabelle 7

q	$DC(Z_q)$	$b_{51}(Z_q)$
1	$\begin{Bmatrix}3&2\\1&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$

Tabelle 8

K	$DC(Z_K)$	$e_{11}(Z_K)$
1	$\begin{Bmatrix}3&0\\1&2\end{Bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
2	$\begin{Bmatrix}2&1\\2&1\end{Bmatrix}$	0
3	$\begin{Bmatrix}1&2\\3&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

Tabelle 9

#	$\bar{q}$	K'	K''	q	K	c_{s1}	b_{s1}	e_{11}	e'_{11}	A'
1	$\begin{Bmatrix}3&0\\2&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&0\\0&2\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&2\\1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&0\\1&2\end{Bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{6}{5\sqrt{2}}$	1
2	〃	$\begin{Bmatrix}2&1\\1&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\1&0\end{Bmatrix}$	〃	$\begin{Bmatrix}2&1\\2&1\end{Bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	0	$\frac{1}{5\sqrt{2}}$	−2
3	〃	$\begin{Bmatrix}1&2\\2&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\1&0\end{Bmatrix}$	〃	$\begin{Bmatrix}1&2\\3&0\end{Bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{4}{5\sqrt{2}}$	1
4	$\begin{Bmatrix}2&1\\3&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}2&0\\1&2\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&0\\0&0\end{Bmatrix}$	〃	$\begin{Bmatrix}3&0\\1&2\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{4}{5\sqrt{2}}$	1
5	〃	$\begin{Bmatrix}1&1\\2&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&0\\0&0\end{Bmatrix}$	〃	$\begin{Bmatrix}2&1\\2&1\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	0	$-\frac{1}{5\sqrt{2}}$	+2
6	〃	$\begin{Bmatrix}0&2\\3&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&0\\0&0\end{Bmatrix}$	〃	$\begin{Bmatrix}1&2\\3&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{6}{5\sqrt{2}}$	−1

Tabelle 10

Jetzt sind wir in der Lage, die Summe aus Glg. (38) durchzuführen

$$\begin{aligned}
&\left(\bar{\alpha}^6(33)[33][32]1 \,\|\, T \,\|\, \alpha^6(42)[42][32]1\right) \\
&= \frac{\sqrt{6}}{4} \sum_{q\bar{q}K'} A'(K') \left(\bar{\alpha}^6(33)31 \,|\, \overline{Z}_{\bar{q}}\, T\, Z'_{K'} Z_q \,|\, \alpha^6(42)20\right) \\
&= (11\|T\|00) \sum_{q\bar{q}K'} \left[\sqrt{\tfrac{5}{3}}\, c_{s1} (e'_{11})^2\right] \frac{\sqrt{6}}{4} A'(K') \\
&\quad + (20\|T\|11) \sum_{q\bar{q}K'} \left[\frac{\sqrt{10}}{3} (c_{s1})^2 b_{s1} e'_{11}\right] \frac{\sqrt{6}}{4} A'(K') \\
&\quad + (22\|T\|11) \sum_{q\bar{q}K'} \left[\frac{2\sqrt{2}}{3} (c_{s1})^2 b_{s1} e'_{11}\right] \frac{\sqrt{6}}{4} A'(K') \\
&\quad + (31\|T\|20) \sum_{q\bar{q}K'} \left[(c_{s1})^3 (b_{s1})^2\right] \frac{\sqrt{6}}{4} A'(K') \qquad (41)
\end{aligned}$$

Das Endergebnis lautet

$$(\alpha^6(33)[33][32]1 \| T \| \alpha^6(12)[12][32]1)$$
$$= \frac{17}{50}\sqrt{2}\,(11\|T\|00) - \frac{2\sqrt{3}}{75}(20\|T\|11) - \frac{1}{75}\sqrt{\frac{3}{5}}(22\|T\|11)$$
$$- \frac{1}{100}\sqrt{\frac{6}{5}}(31\|T\|20) \qquad (42)$$

Dieses Ergebnis können wir für die Beschreibung von γ_0-Übergän benutzen.

Für die Berechnung von γ_1-Übergänge müssen wir bloß die Matrix mente mit runden Klammern mit anderen Quanten- und Drehimpulsz len auswerten. Dazu nehmen wir zunächst die NL Zahlen von Zeile und (4) Tabelle 5 und unterteilen wir sie wie in Tabellen 11 12 zu sehen ist.

	$\bar{N}''\bar{L}''$	$N''L''$	$N'L'$	$\bar{N}'\bar{L}'$	$\bar{N}\bar{L}$	NL
1	11	00	22	22	31	22
2	20	11	11	11	31	22
3	22	11	11	11	31	22
4	31	22	00	00	31	22

Tabelle 11

Für $\bar{N}\bar{L} = 31, NL = 22$ bekommen wir

$$(\alpha^6(33)[33](31) \| T \| \alpha^6(42)[42]22)$$
$$= \frac{\sqrt{6}}{4} \sum_{q\bar{q}k'} A'(k')\,(\alpha^6(33)31)\,\bar{z}_{\bar{q}}\,T\,z'_{k'}z_q\,|\,\alpha^6(42)22)$$
$$= (11\|T\|00) \sum_{q\bar{q}k'} \left[\frac{2}{3\sqrt{5}}(e'_{11})^2 c_{51}\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k')$$
$$+ (20\|T\|11) \sum_{q\bar{q}k'} \left[\frac{5}{3}\sqrt{2}\,e'_{11}(c_{51})^2 b_{51}\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k')$$
$$+ (22\|T\|11) \sum_{q\bar{q}k'} \left[\frac{\sqrt{6}}{15}\,e'_{11}(c_{51})^2 b_{51}\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k')$$
$$+ (31\|T\|22) \sum_{q\bar{q}k'} \left[(c_{51})^3 (b_{51})^2\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k') \qquad (43)$$

$$(33)[33](31)\|T\|\alpha^6(42)[42]22)$$

$$\frac{17\sqrt{6}}{375}(11\|T\|00)-\frac{2}{15}\sqrt{\frac{3}{5}}(20\|T\|11)-\frac{2}{375\sqrt{5}}(22\|T\|11)$$

$$-\frac{1}{100}\sqrt{\frac{6}{5}}(31\|T\|22). \qquad (44)$$

	$\bar{N}''\bar{L}''$	$N''L''$	$N'L'$	$\bar{N}'\bar{L}'$	$\bar{N}\bar{L}$	NL
1	11	00	22	22	33	22
2	22	11	11	11	33	22
3	33	22	00	00	33	22

Tabelle 12

nd für $\bar{N}\bar{L}$ = 33, NL = 22 erhalten wir

$$(\bar{\alpha}^6(33)[33]33\|T\|\alpha^6(42)[42]22)\cdots\cdots \qquad (45)$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{4}\sum_{q\bar{q}k'}A'(k')\left(\bar{\alpha}^6(33)33\,|\,\bar{Z}_{\bar{q}}\,T\,Z'_{k'}Z_q\,|\,\alpha^6(42)22\right)$$

$$=(11\|T\|00)\sum_{q\bar{q}k'}\left[\sqrt{\frac{7}{15}}(e'_{11})^2C_{51}\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k')$$

$$+(22\|T\|11)\sum_{q\bar{q}k'}\left[\frac{\sqrt{14}}{5}e'_{11}(C_{51})^2b_{51}\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k')$$

$$+(33\|T\|22)\sum_{q\bar{q}k'}\left[(C_{51})^3(b_{51})^2\right]\frac{\sqrt{6}}{4}A'(k')$$

$$=\frac{17\sqrt{14}}{250}(11\|T\|00)-\frac{2}{125}\sqrt{\frac{21}{5}}(22\|T\|11)-\frac{1}{100}\sqrt{\frac{6}{5}}(33\|T\|22)$$

Normberechnung für Zwei Cluster.
Da unsere Funktionen nicht normiert sind, müssen wir die Normen für f = [42] und f = [33] Konfigurationen in der harmonischen Oszillatorbasis berechnen . Dazu verwenden wir Formel (B3.34)
(Siehe KR 73 ,Formel 6.4)

$$(\bar{\alpha}^m \bar{a}_1 \bar{a}_2 \, NLf \,|\, \alpha^m a_1 a_2 \, NLf) = \frac{|f|}{m!} \bar{m}_1! \bar{m}_2! m_1! m_2!$$

$$\times \sum_k m'(k) \begin{bmatrix} f & a_1 & a_2 \\ \bar{a}_1 & & k \\ \bar{a}_2 & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{m-1\ 1\} & a_1 & a_2 \\ \bar{a}_1 & & k \\ \bar{a}_2 & & \end{bmatrix}^N \qquad (46)$$

Nennt man

$$e_{11} = \begin{bmatrix} \{m-1\ 1\} & a_1 & a_2 \\ \bar{a}_1 & & k \\ \bar{a}_2 & & \end{bmatrix} \quad (47.a) \qquad h_{11} = \begin{bmatrix} f & a_1 & a_2 \\ \bar{a}_1 & & k \\ \bar{a}_2 & & \end{bmatrix} \quad (47$$

und füllt die leeren k-Räume durch das entsprechende DC-Symbol und rechnet die numerischen Werte der 9f-Symbole aus, so erhält man Tabellen 13 und 14 .

	$DC(z_k)$	$h_{11}(z_k)$	$e_{11}(z_k)$
1	$\begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{Bmatrix}$	1	1
2	$\begin{Bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix}$	$-1/4$	$-1/4$
3	$\begin{Bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{Bmatrix}$	$1/6$	$-1/2$

Tabelle 13

	$DC(z_k)$	$h_{11}(z_k)$	$e_{11}(z_k)$
1	$\begin{Bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{Bmatrix}$	1	1
2	$\begin{Bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{Bmatrix}$	$-1/3$	$1/3$
3	$\begin{Bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{Bmatrix}$	$1/3$	$-1/3$
4	$\begin{Bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{Bmatrix}$	-1	-1

Tabelle 14

ann schreiben wir Glg. (46) um als

$$\langle \bar{\alpha}^{m} \bar{a}_1 \bar{a}_2 \, NLF \,|\, \alpha^{m} a_1 a_2 \, NLF \rangle = \frac{|f|}{m!} \bar{m}_1! \bar{m}_2! m_1! m_2! \sum_k \bar{m}^{l}(k) h_m(k) \left(e_u(\bar{z}_k)\right)^{N}$$

e NL Werte nehmen wir aus Tabelle 5 Zeilen (1) und (3)
rch Tabelle 13 und Formel (48) berechnen wir

$$\langle 42\,2\,[42] \,|\, 42\,2\,[42] \rangle = \frac{|[42]|}{6!}\, 4!2!4!2!$$

$$\times \left[\frac{1}{4!2!}(1)(1)^2 + \frac{1}{3!}\left(-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2!2!2!}\left(\frac{1}{6}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \langle 42\,2\,[42] \,|\, 42\,2\,[42] \rangle = \frac{3}{5} \qquad (49)$$

ir die Fälle N = 0,1 Quantenanregung verschwindet das Matrixelement wegen Orthogonalität

$$= 0 \quad \langle 420\,[42] \,|\, 420\,[42] \rangle = \frac{3}{5}\, 4!2! \left[\frac{1}{4!2} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{4!2} \right] = 0 \qquad (50.a)$$

$$= 1 \quad \langle 421\,[42] \,|\, 421\,[42] \rangle = \frac{3}{5}\, 4!2! \left[\frac{1}{4!2} - \frac{1}{4!4} - \frac{1}{4!4} \right] = 0 \qquad (50.b)$$

nlich, mittels Tabelle 14 und Formel (48) erhalten wir

$$\langle 33\,3\,[33] \,|\, 33\,3\,[33] \rangle = \frac{|[33]|}{6!}\, 3!3!3!3!$$

$$\times \left[\frac{1}{3!3!}(1)(1)^3 + \frac{1}{2!2!}\left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{2!2!}\left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3!3!}(-1)(-1)^3 \right] = \frac{4}{9}$$

$$\langle 333\,[33] \,|\, 333\,[33] \rangle = \frac{4}{9} \qquad (51)$$

ir N = 0,2 Quantenanregung verschwindet das Matrixelement wiederum egen Orthogonalität. Sei $C_{33} = \frac{|[33]|}{6!}\, 3!3!3!3!$

$$2.a) \quad \langle 330\,[33] \,|\, 330\,[33] \rangle = C_{33} \left[\frac{1}{3!3!} - \frac{1}{2!2!3} + \frac{1}{2!2!3} - \frac{1}{3!3} \right] = 0$$

$$b) \quad \langle 332\,[33] \,|\, 332\,[33] \rangle = C_{33} \left[\frac{1}{3!3!} - \frac{1}{2!2!3\cdot 9} + \frac{1}{2!2!3\cdot 9} - \frac{1}{3!3} \right] = 0$$

C4.- Drei Cluster: Berechnung der Bahnaustausch- und Normintegrale für γ_0-Übergänge

Wir gehen ähnlich zu C3 vor und betrachten wiederum als Grundzustand den mit f = [42], als angeregten Zustand den mit f = [41

Wir nehmen die niedrigsten Quanten- und Drehimpulszahlen:

	π	Zustand	f	NL	Übergang
1	+	G.Z.	[42]	20	
2	-	A.Z.	[411]	31	γ_c

Tabelle 15

Wir fangen mit den Rechnungen an und bringen Formel (B3.40) zur Erinnerung.für die Werte $\bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3 = [411]$; $a_1a_2a_3 = [420]$.

$$\langle (411)[41][411][41]1 \,\|\, T \,\|\, (42)[42][41]1\rangle$$

$$= \frac{|[42]|\,|[411]|}{|[41]|^{1/2}} \frac{4!2!4!1!1!1!}{6!6} \left\{ \sum_{q\bar{q}k'} \bar{m}'(k) \left(411 \,|\, \overline{Z}_{\bar{q}} \top Z'_{k'} Z_q \,|\, 42\right) \right.$$

$$\times \sum_{g'} \langle [42](42) \,|\, \overline{Z}_{\bar{q}} \,|\, [42][41](\bar{a}'_1\bar{a}'_2)(a''_1a''_2)\rangle$$

$$\times \langle [41](\bar{a}'_1\bar{a}'_2) \,|\, Z'_{k'} \,|\, [41] g'(a'_1a'_2)a'_3\rangle$$

$$\times \left. \langle [411][41](g'(a'_1a'_2)a'_3)1 (a''_1a''_2)a''_3 \,|\, Z_q \,|\, [411][41](41)1\rangle \right\} \quad (5$$

Der letzte Ausdruck läßt sich zu Produkten von 9f-Symbolen reduzier

$$\langle (411)[41][411][41]1 \,\|\, T \,\|\, (42)[42][41]1\rangle = \frac{|[42]|\,|[411]|}{|[41]|^{1/2}} \frac{4!2!4!1!}{6!6}$$

$$\times \left\{ \sum_{q\bar{q}k'} \begin{bmatrix} 42 & 41 & 1 \\ 4 & \bar{a}'_1 & \bar{a}''_1 \\ 2 & \bar{a}'_2 & \bar{a}''_2 \end{bmatrix} \sum_{g'} \bar{m}'(k') \begin{bmatrix} 41 & g' & k'_{13}+k'_{23} \\ \bar{a}'_1 & k'_{11}+k'_{12} & k'_{12} \\ \bar{a}'_2 & k'_{21}+k'_{22} & k'_{23} \end{bmatrix} \right.$$

$$\times \begin{bmatrix} g' & k'_{11}+k'_{21} & k'_{12}+k'_{22} \\ k'_{11}+k'_{12} & k'_{11} & k'_{12} \\ k'_{21}+k'_{22} & k'_{21} & k'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 411 & 41 & 1 \\ 41 & g' & a'_3 \\ 1 & F & a''_3 \end{bmatrix}$$

$$\times \left. \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ g' & a'_1 & a'_2 \\ F & a''_1 & a''_2 \end{bmatrix} (411 \,|\, \overline{Z}_{\bar{q}} \top Z'_{k'} Z_q \,|\, 42) \right\} \quad (5-1$$

wobei $\bar{q}$ die DC $\begin{Bmatrix} \bar{a}'_1 & \bar{a}''_1 \\ \bar{a}'_2 & \bar{a}''_2 \end{Bmatrix}$ zählt und q die DC $\begin{Bmatrix} a'_1 & a'_2 & a'_3 \\ a''_1 & a''_2 & a''_3 \end{Bmatrix}$

g′ kennzeichnet eine Zwischenpartition, F ist durch q,q,g′ festgelegt.

Für unseren 6-Nukleonenfall erhalten wir die Tabelle 16.

$\bar{q}$	g'	q	F
$\begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix}$	$[41]$	$\begin{Bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$	$[0]$
$\begin{Bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{Bmatrix}$	$[4]$	$\begin{Bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$	$[1]$
	$[4], [31]$	$\begin{Bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$[1]$

Tabelle 16

Um den Index k′ durchlaufen zu lassen,müssen wir zuerst die entsprechenden DC-Symbolen bilden.Diese müssen die folgende Gestalt haben

K'	a'_1	a'_2	a'_3
$\bar{a}'_1$	k'_{11}	k'_{12}	k'_{13}
$\bar{a}'_2$	k'_{21}	k'_{22}	k'_{33}

Das gesamte Ergebnis ist in Tabelle (17) zu sehen.Die explizite Entwicklung Glg. (54) nach Tabelle (17) ist in den nächsten Seiten aufgetragen.

	$\bar{q}$	q	k'	g'	F
1	$\begin{Bmatrix}1&0\\1&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{Bmatrix}$	[41]	[0]
2	"	"	$\begin{Bmatrix}3&1&0\\1&0&0\end{Bmatrix}$	"	"
3	$\begin{Bmatrix}3&1\\2&0\end{Bmatrix}$	"	$\begin{Bmatrix}3&0&0\\1&1&0\end{Bmatrix}$	"	"
4	"	"	$\begin{Bmatrix}2&1&0\\2&0&0\end{Bmatrix}$	"	"
5	$\begin{Bmatrix}1&0\\1&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&0&1\\0&1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}1&0&0\\0&0&1\end{Bmatrix}$	[4]	[1]
6	"	"	$\begin{Bmatrix}3&0&1\\1&0&0\end{Bmatrix}$	"	"
7	$\begin{Bmatrix}3&1\\2&0\end{Bmatrix}$	"	$\begin{Bmatrix}3&0&0\\1&0&1\end{Bmatrix}$	"	"
8	"	"	$\begin{Bmatrix}2&0&1\\2&0&0\end{Bmatrix}$	"	"
9	$\begin{Bmatrix}1&0\\1&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&1&1\\1&0&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&1&0\\0&0&1\end{Bmatrix}$	[4], [31]	[1]
10	"	"	$\begin{Bmatrix}3&0&1\\0&1&0\end{Bmatrix}$	"	"
11	"	"	$\begin{Bmatrix}2&1&1\\1&0&0\end{Bmatrix}$	"	"
12	$\begin{Bmatrix}3&1\\2&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&1&1\\1&0&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&0&0\\0&1&1\end{Bmatrix}$	"	"
13	"	"	$\begin{Bmatrix}2&1&0\\1&0&1\end{Bmatrix}$	"	"
14	"	"	$\begin{Bmatrix}2&0&1\\1&1&0\end{Bmatrix}$	"	"
15	"	"	$\begin{Bmatrix}1&1&1\\2&0&0\end{Bmatrix}$	"	"

Tabelle 17

$\langle (411)[41][411][41]1 \| T \| (42)[42][41]1 \rangle = (6)$

$\bar{q}=1 \quad \begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix} \qquad K'=1 \quad \begin{Bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \qquad q=1 \quad \begin{Bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 42 & 41 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{4!1!1!} \begin{bmatrix} 41 & 41 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 411 & 41 & 1 \\ 41 & 41 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 41 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$X(42|\bar{z}_1 T z_1' z_1|411)$

$\bar{q}=1 \qquad K'=2 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \qquad q=1$

$$= \frac{1}{3!1!1!} \begin{bmatrix} 41 & 41 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = =$$

$X(42|\bar{z}_1 T z_2' z_1|411)$

$\bar{q}=2 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{Bmatrix} \qquad K'=3 \quad \begin{Bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \qquad q=1$

$$\begin{bmatrix} 42 & 41 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{3!1!1!} \begin{bmatrix} 41 & 41 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = =$$

$X(42|\bar{z}_2 T z_3' z_1|411)$

$\bar{q}=2 \qquad K'=4 \quad \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \qquad q=1$

$$= \frac{1}{2!2!1!} \begin{bmatrix} 41 & 41 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} = =$$

$X(42|\bar{z}_2 T z_4' z_1|411)$

$\bar{q}=1 \quad \begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix} \qquad K'=5 \quad \begin{Bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \qquad q=2 \quad \begin{Bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{pmatrix} g'=4 \\ F=0 \end{pmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 42 & 41 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{4!1!1!} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 411 & 41 & 1 \\ 41 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$X(42|\bar{z}_1 T z_5' z_1|411)$

$$+ \quad \bar{q}=1 \ \left\{\begin{matrix}1&0\\1&1\end{matrix}\right\} \qquad K'=6 \ \left\{\begin{matrix}3&0&1\\1&0&0\end{matrix}\right\} \qquad q=2 \ \left\{\begin{matrix}1&0&1\\0&1&0\end{matrix}\right\} \qquad \begin{pmatrix}g'=4\\F=0\end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}42&41&1\\4&4&0\\2&1&1\end{bmatrix}\frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&4&0\\3&3&0\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&4&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&4&0\\1&0&1\end{bmatrix}$$

$$\times\left(42|\bar{z}_1+z'_6z_2|411\right) \qquad \bar{q}=2 \ \left\{\begin{matrix}2&1\\2&0\end{matrix}\right\} \qquad K'=7 \ \left\{\begin{matrix}3&0&0\\1&0&1\end{matrix}\right\}$$

$$\begin{bmatrix}42&41&1\\4&3&1\\2&2&0\end{bmatrix}\frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\3&3&0\\2&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&4&0\\3&3&0\\1&1&0\end{bmatrix} \qquad = \qquad =$$

$$\times\left(42|\bar{z}_2+z'_7z_2|411\right)$$

$$\bar{q}=2 \qquad K'=8 \ \left\{\begin{matrix}2&0&1\\2&0&0\end{matrix}\right\}$$

$$+ \qquad = \qquad \frac{1}{2!2!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\3&2&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&4&0\\2&2&0\\2&2&0\end{bmatrix} \qquad = \qquad =$$

$$\times\left(42|\bar{z}_2+z'_8z_2|411\right)$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\bar{q}=1 \ \left\{\begin{matrix}1&0\\1&1\end{matrix}\right\} \qquad K'=9 \ \left\{\begin{matrix}3&1&0\\0&0&1\end{matrix}\right\} \qquad q=3 \ \left\{\begin{matrix}3&1&1\\1&0&0\end{matrix}\right\} \qquad (g'=4;F=1\\ \begin{bmatrix}42&41&1\\4&4&0\\2&1&1\end{bmatrix}\frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&4&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&3&1\\4&3&1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&4&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}\end{array}\right.$$

$$\bar{q}=1 \qquad K'=9 \qquad q=3 \qquad (g'=31;F=1$$

$$+ \qquad = \qquad \frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41&31&1\\4&4&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31&3&1\\4&3&1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&31&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4&1\\31&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}$$

$$\times\left(42|\bar{z}_1+z'_9z_2|411\right)$$

$$\left\{\begin{array}{l}\bar{q}=1 \qquad K'=10 \ \left\{\begin{matrix}3&0&1\\0&1&0\end{matrix}\right\} \qquad \bar{q}=3 \qquad (g'=4,F=1)\\ = \qquad \frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&3&1\\3&3&0\\1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&4&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}\end{array}\right.$$

$\bar{q}=1$ $\quad K'=10$ $\quad q=3$ $\quad (g'=31, F=1)$

$$\begin{bmatrix}42 & 41 & 1\\ 4 & 4 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 31 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31 & 3 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 31 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 31 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$\times (42|\bar{z}_1 T z'_{10} z_3|411)$

$\bar{q}=1\ \{4\ 0\}\ \{1\ 1\}$ $\quad K'=11\ \{2\ 1\ 1\}\ \{1\ 0\ 0\}$ $\quad q=3$ $\quad (g'=4, F=1)$

$$\begin{bmatrix}42 & 41 & 0\\ 4 & 4 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$\bar{q}=1$ $\quad K'=11$ $\quad q=3$ $\quad (g'=31, F=1)$

$$=\frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 31 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 31 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 31 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$\times (42|\bar{z}_1 T z'_{11} z_3|411)$

$\bar{q}=2\ \{3\ 1\}\ \{2\ 0\}$ $\quad K'=12\ \{3\ 0\ 0\}\ \{0\ 1\ 1\}$ $\quad q=3$ $\quad (g'=4; F=1)$

$$\begin{bmatrix}42 & 41 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 2 & 2 & 0\end{bmatrix}\frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 3 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 4 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$\bar{q}=2$ $\quad K'=12$ $\quad q=3$ $\quad (g'=31; F=1)$

$$=\frac{1}{3!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 31 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31 & 3 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 31 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 31 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$\times (42|\bar{z}_2 T z'_{12} z_3|411)$

$\bar{q}=2\ \{3\ 1\}\ \{2\ 0\}$ $\quad K'=13\ \{2\ 1\ 0\}\ \{1\ 0\ 1\}$ $\quad q=3$ $\quad (g'=4, F=1)$

$$\begin{bmatrix}42 & 41 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 2 & 2 & 0\end{bmatrix}\frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 4 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 4 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41 & 31 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411 & 41 & 1\\ 41 & 31 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41 & 4 & 1\\ 31 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$\therefore (42|\bar{z}_2 T z'_{13} z_3|411)$

$$+\quad \bar{q}=2\ \begin{Bmatrix}3&1\\2&0\end{Bmatrix} \qquad k'=14\ \begin{Bmatrix}2&0&1\\1&1&0\end{Bmatrix} \qquad q=3\ \ (g'=4;\ F=1)$$

$$\left\{\begin{bmatrix}42&41&1\\4&3&1\\2&2&0\end{bmatrix}\ \frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\3&2&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&3&1\\2&2&0\\2&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&4&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4&1\\4&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}\right.$$

$$\bar{q}=2 \qquad k'=14 \qquad q=3\ \ (g'=31;\ F=1)$$

$$+\quad =\ \frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41&31&1\\3&2&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31&3&1\\2&2&0\\2&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&31&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4\\31&3\\1&1\end{bmatrix}$$

$$\times\,(42|\bar{z}_2+z'_{14}z_3|411)$$

$$\bar{q}=2\ \begin{Bmatrix}3&1\\2&0\end{Bmatrix} \qquad k'=15\ \begin{Bmatrix}1&1&1\\2&0&0\end{Bmatrix} \qquad \bar{q}=3\ \begin{Bmatrix}3&1&1\\1&0&0\end{Bmatrix}\ (g'=4,$$

$$\left\{\begin{bmatrix}42&41&1\\4&3&1\\2&2&0\end{bmatrix}\ \frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41&4&1\\3&2&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&3&1\\2&1&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&4&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4\\4&3\\1&1\end{bmatrix}\right.$$

$$\bar{q}=2 \qquad k'=15$$

$$=\ \frac{1}{2!1!1!}\begin{bmatrix}41&31&1\\3&2&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}31&3&1\\2&1&1\\2&2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}411&41&1\\41&31&1\\1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}41&4&1\\31&3&1\\1&1&0\end{bmatrix}$$

$$\left.\times\,(42|\bar{z}_2+z'_{15}z_3|411)\right\} \qquad (55)$$

Man merkt, daß jeder $(42|\bar{z}_q+z'_k z_g|411)$ ab $k'=9$ zwei Beiträge hat, da es zwei mögliche Zwischenpartitionen gibt. Die Auswirkungen werden wir später in Abschnitt D2 sehen.

ür die Berechnung den Matrixelemente $(411|\bar{Z}_q^T \, Z'_k \cdot Z_q|42)$ verwenden
ir Formel (35) (Siehe KR 73 Formel 5.13)

$$(\alpha^6(411)\,11,20\,[411]f' \| \bar{Z}_q^T \, Z'_k Z_q \| \alpha^6(42)\,20,00\,[42]f')$$

$$= \sum_{\bar{N}''\bar{L}''N''L''} \langle \bar{N}''\bar{L}'' \| T \| N''L'' \rangle \sum A(\bar{N}_1'\bar{L}_1'\bar{N}_2''\bar{L}_2''\bar{N}''\bar{L}'')\,A(\bar{N}_1''\bar{L}_1''00\,N''L'')$$

$$\times A(\bar{N}_1'\bar{L}_1'\bar{N}_1''\bar{L}_1''\bar{N}_1\bar{L}_1)\,(c_{m-11})^{\bar{N}''}\,A(\bar{N}_2'\bar{L}_2'\bar{N}_2''\bar{L}_2''\bar{N}_2\bar{L}_2)\,(c_{m-12})^{N_2''}$$

$$\times \langle (\bar{L}_1'\bar{L}_1'')\bar{L}_1\,(\bar{L}_2'\bar{L}_2'')\bar{L}_2\,\bar{L} \,|\, (\bar{L}_1'\bar{L}_2')L'\,(\bar{L}_1''\bar{L}'')\bar{L}''L \rangle$$

$$\times \langle (L_1'0)L'\,(L_1''0)L''\,L \,|\, (L_1'L_1'')L_1\,(00)0\,L \rangle$$

$$\times (-)^{L'+L''+\bar{L}+1c} \left[(2\bar{L}+1)(2L+1)\right]^{1/2} \begin{Bmatrix} L'' & \bar{L} & L' \\ L & L'' & 1c \end{Bmatrix}$$

$$\times \langle \bar{N}_1'\bar{L}_1'\bar{N}_2'\bar{L}_2'L' \,|\, e' \,|\, N_1'L_1'00L \rangle \quad (56)$$

us Tabelle 15 nehmen wir die NL Zahlen und unterteilen wir sie.
ie Ergebnis ist in Tabelle 17 aufgetragen

		$\bar{N}''\bar{L}''$	$N''L''$	$N'L'$	$\bar{N}_1'\bar{L}_1'$	$\bar{N}_1''\bar{L}_1''\bar{N}_1\bar{L}_1$	$\bar{N}_2'\bar{L}_2'$	$\bar{N}_2''\bar{L}_2''\bar{N}_2\bar{L}_2$	$N_1'L_1'$	$N_1''L_1''N_1L_1$	
1	a)	11	00	20	11	00 11	11	11 20	20	00 20	10/11
	b)	11	00	20	00	11 11	20	00 20	20	00 20	01/20
2	a)	20	11	11	11	00 11	00	20 20	11	11 20	10/02
	b)	20	11	11	00	11 11	11	11 20	11	11 20	01/11
3		22	11	11	00	11 11	11	11 20	11	11 20	01/11
4		31	20	00	00	11 11	00	20 20	00	20 20	01/02

Tabelle 17

Wir definieren

$$
\begin{aligned}
\rho = \; & A(\bar N_1'' \bar L_1'' \bar N_2'' \bar L_2'' \bar N'' \bar L'')\, A(N_1'' L_1'' 00 N'' L'')\, A(\bar N_1' \bar L_1' \bar N_1'' \bar L_1'' \bar N_1 \bar L_1) \\
& \times A(\bar N_2' \bar L_2' \bar N_2'' \bar L_2'' \bar N_2 \bar L_2)\, A(N_1' L_1' N_1'' L_1'' N_1 L_1) \\
& \times \langle (\bar L_1' \bar L_1'') \bar L_1 (\bar L_2' \bar L_2'') \bar L_2 \bar L \,|\, (\bar L_1' \bar L_2') \bar L' (\bar L_1'' \bar L_2'') \bar L'' \bar L \rangle \\
& \times \langle (L_1' 0) L' (L_1'' 0) L'' L \,|\, (L_1' L_1'') L_1 (00) 0 L \rangle \\
& \times (-)^{L'+L''+\bar L+1} \left[(2\bar L+1)(2L+1)\right]^{1/2} \begin{Bmatrix} \bar L'' & \bar L & L' \\ L & L'' & 1 \end{Bmatrix} \qquad (57)
\end{aligned}
$$

und bekommen die Ausdrücke

$$
\begin{aligned}
(58)\cdots \; & (\bar\alpha^6(411)\,11{,}20\,[411] f'[1] \,\|\, \bar Z_{\bar q} \top Z'_{K'} Z_q \,\|\, \alpha^6(42)\,20{,}00\,[42] f'[1] \\
= \; & (11\|\top\|00) \Big\{ \rho_{1a} (C_{s1})^0 (C_{s2})^1 (b_{s1})^0 \langle 11\,11\,0 \,|\, \mathscr{E}' \,|\, 20000\rangle \\
& \qquad + \rho_{1b} (C_{s1})^1 (C_{s2})^0 (b_{s1})^0 \langle 00\,200 \,|\, \mathscr{E}' \,|\, 20000\rangle \\
+ \; & (20\|\top\|11) \Big\{ \rho_{2a} (C_{s1})^0 (C_{s2})^2 (b_{s1})^1 \langle 11001 \,|\, \mathscr{E}' \,|\, 11001\rangle \\
& \qquad + \rho_{2b} (C_{s1})^1 (C_{s2})^1 (b_{s1})^1 \langle 00111 \,|\, \mathscr{E}' \,|\, 11001\rangle \\
+ \; & (22\|\top\|11) \Big\{ \rho_3 (C_{s1})^1 (C_{s2})^1 (b_{s1})^1 \langle 00111 \,|\, \mathscr{E}' \,|\, 11001\rangle \\
+ \; & (31\|\top\|20) \Big\{ \rho_4 (C_{s1})^1 (C_{s2})^2 (b_{s1})^2 \langle 00000 \,|\, \mathscr{E}' \,|\, 00000\rangle
\end{aligned}
$$

wobei $\mathscr{E}' = \begin{pmatrix} e'_{11} \\ e'_{21} \end{pmatrix}$ und die Transformationsklammern

rechnen wir durch Glg. (26).

Nach einigen Rechnungen folgt

$$(\alpha^6(411)\ 11{,}20\,[411]\,f'[1]\,|\,\bar{Z}_{\bar{q}}\,T\,Z'_{k'}\,Z_q\,|\,\alpha^6(42)\ 20{,}00\,[42]\,f'[1])$$

$$= (11\|T\|00)\left\{\frac{2}{3}c_{52}e'_{11}e'_{21} + c_{51}(e'_{21})^2\right\}$$

$$+ (20\|T\|11)\left\{(c_{52})^2 b_{51}e'_{11} + 2c_{51}c_{52}b_{51}e'_{21}\right\}\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$+ (22\|T\|11)\left\{\frac{2}{9}\sqrt{30}\,c_{51}c_{52}b_{51}e'_{21}\right\}$$

$$+ (31\|T\|20)\left\{\sqrt{\frac{5}{3}}\,c_{51}(c_{52})^2(b_{51})^2\right\} \qquad (59)$$

Die Koeffizienten $c_{51}, c_{52}, b_{51}, e'_{11}, e'_{21}$ hängen von $\bar{Z}_{\bar{q}}, Z'_{k'}$, und Z_q ab: Ihre explizite Ausdruck ist im Anhang A KR 73 zu sehen.
Alle Ergebnise sind in den unteren Tabellen zusammengefaßt

$\bar{q}$	$DC(\bar{Z}_{\bar{q}})$	c_{51}	c_{52}
1	$\begin{Bmatrix}4&1&0\\0&0&1\end{Bmatrix}$	0	1
2	$\begin{Bmatrix}4&0&1\\0&1&0\end{Bmatrix}$	0	$-1/5$
3	$\begin{Bmatrix}3&1&1\\1&0&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-1/5$

Tabelle 18

K	$DC(Z_K)$	e_{11}	e_{21}
1	$\begin{Bmatrix}4&0&0\\0&1&1\end{Bmatrix}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$
2	$\begin{Bmatrix}3&0&1\\1&1&0\end{Bmatrix}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$
3	$\begin{Bmatrix}3&1&0\\1&0&1\end{Bmatrix}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$
4	$\begin{Bmatrix}2&1&1\\2&0&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$

Tabelle 19

q	$DC(Z_q)$	b_{51}
1	$\begin{Bmatrix}3&1\\2&0\end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$
2	$\begin{Bmatrix}4&0\\1&1\end{Bmatrix}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$

Tabelle 20

#	$\bar{q}$	k'	k''	τ	k	$C_{s1}(\bar{z}_{\bar{q}})$	$C_{s2}(\bar{z}_{\bar{q}})$	$b_{s1}(z_q)$	$e_{11}(z_k)$	$e_{21}(z_k)$	e'_{11}	e'_{11}	A'
1	$\begin{Bmatrix}4&0\\1&0\\0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}4&0\\0&1\\0&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\0&0\\0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}4&1\\0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}4&0\\0&1\\0&1\end{Bmatrix}$	0	1	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$-\frac{1}{24}$
2	"	$\begin{Bmatrix}3&1\\1&0\\0&0\end{Bmatrix}$	"	"	$\begin{Bmatrix}3&1\\1&0\\0&1\end{Bmatrix}$	0	1	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$\frac{1}{6}$
3	"	$\begin{Bmatrix}3&1\\0&1\\0&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\0&0\\1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&2\\1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&1\\0&1\\1&0\end{Bmatrix}$	0	1	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$-\frac{1}{24}$
4	"	$\begin{Bmatrix}2&2\\1&0\\0&0\end{Bmatrix}$	"	"	$\begin{Bmatrix}2&2\\1&0\\1&0\end{Bmatrix}$	0	1	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	$\frac{1}{24}$
5	$\begin{Bmatrix}4&0\\0&1\\1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}4&0\\0&0\\0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\0&1\\0&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}4&1\\0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}4&0\\0&1\\0&1\end{Bmatrix}$	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{12}{5\sqrt{15}}$	$\frac{1}{24}$
6	"	$\begin{Bmatrix}3&1\\0&0\\1&0\end{Bmatrix}$	"	"	$\begin{Bmatrix}3&1\\0&1\\1&0\end{Bmatrix}$	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{1}{5\sqrt{30}}(2\sqrt{2}-5\sqrt{3})$	$-\frac{1}{6}$
7	"	$\begin{Bmatrix}3&1\\0&0\\0&1\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}0&0\\1&0\\0&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&2\\1&0\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}3&1\\1&0\\0&1\end{Bmatrix}$	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{10\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{30}}$	$\frac{1}{24}$
	"	$\begin{Bmatrix}2&2\\0&0\\1&0\end{Bmatrix}$	"	"	$\begin{Bmatrix}2&2\\1&0\\1&0\end{Bmatrix}$	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{6}{5\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{24}$

#	$\bar{q}$	K'	K''	q	K	$c_{s1}(\bar{z}_{\bar{q}})$	$c_{s2}(\bar{z}_{\bar{q}})$	$b_{s1}(z_q)$	$e_{11}(z_K)$	$e_{21}(z_K)$	e'_{11}	e'_{21}	A'
9	$\begin{Bmatrix}31\\10\\10\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}30\\10\\01\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}01\\00\\00\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}41\\01\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}31\\10\\01\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}+\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{4}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{6}$
10	〃	$\begin{Bmatrix}30\\01\\10\end{Bmatrix}$	〃	〃	$\begin{Bmatrix}31\\01\\10\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}+\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{2\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{5\sqrt{30}}$	$\frac{19}{96}$
11	〃	$\begin{Bmatrix}21\\10\\10\end{Bmatrix}$	〃	〃	$\begin{Bmatrix}22\\10\\10\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{2\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{5\sqrt{30}}$	$\frac{15}{32}$
12	〃	$\begin{Bmatrix}30\\01\\01\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}10\\00\\00\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}32\\10\end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix}40\\01\\01\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$\frac{9}{10}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{10\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{30}}$	$-\frac{9}{240}$
13	〃	$\begin{Bmatrix}21\\10\\01\end{Bmatrix}$	〃	〃	$\begin{Bmatrix}31\\10\\01\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{15}}$	$-\frac{11}{10}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{10\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{30}}$	$-\frac{19}{160}$
14	〃	$\begin{Bmatrix}21\\01\\10\end{Bmatrix}$	〃	〃	$\begin{Bmatrix}31\\01\\10\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{13}{20}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{6}{5\sqrt{10}}$	$\frac{5}{48}$
15	〃	$\begin{Bmatrix}12\\10\\10\end{Bmatrix}$	〃	〃	$\begin{Bmatrix}22\\10\\10\end{Bmatrix}$	$-\frac{\sqrt{6}}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{1}{10}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{6}{5\sqrt{10}}$	$\frac{1}{16}$

Tabelle 21.6

Jetzt sind wir in der Lage, die Summe aus Glg. (54) durchzuführen :

$$\langle (411)[41][411][41]1 \| T \| (42)[42][41]1 \rangle$$

$$= (11\|T\|00) \sum_{qq'k'} \left[\frac{2}{3} c_{s1} e'_{11} e'_{21} + c_{s1} (e'_{21})^2 \right]$$

$$+ (20\|T\|11) \sum_{qq'k'} \left[(c_{s2})^2 b_{s1} e'_{11} + 2 c_{s1} c_{s2} b_{s1} e'_{21} \right] \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$+ (22\|T\|11) \sum_{qq'k'} \left[\frac{2}{9} \sqrt{30}\, c_{s1} c_{s2} b_{s1} e'_{21} \right]$$

$$+ (31\|T\|20) \sum_{qq'k'} \left[\sqrt{\frac{5}{3}}\, c_{s1} (c_{s2})^2 (b_{s1})^2 \right] \qquad (60)$$

Das Endergebnis lautet

$$\langle (411)[41][411][41]1 \| T \| (42)[42][41]1 \rangle \cdots\cdots (61)$$

$$= -(0.0047333)(11\|T\|00) - 0.063486\,5(20\|T\|11)$$
$$-(0.0107910\,9)(22\|T\|11) - 0.0020001\,4(31\|T\|20)$$

Dieses Ergebnis können wir für die Beschreibung von χ_0-Übergängen benutzen.

Normberechnung für Drei-Cluster

Da unsere Funktionen nicht normiert sind, müssen wir die Normen für $f = [42]$ und $f = [411]$ berechnen. Für $f = [42]$ haben wir bereits in C3 die Norm berechnet. Für $f = [411]$ wenden wir Formel (63.39) an, (Siehe KR 72, Formel 4.9) für $\bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 = a_1 a_2 a_3 = (111)$

$$\left(\mathcal{A}^m f(\bar{q}_2(a_1 a_2)\bar{a}_3)\bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2 NL \,|\, \mathcal{A}^m f(q_2(a_1 a_2)a_3) N_1 L_1 N_2 L_2 NL\right)$$

$$= \frac{|f|}{m!}\, a_1|\bar{a}_2|\bar{a}_3|a_1|a_2|a_3| \sum_k \bar{m}'(k) \langle f(\bar{q}_2(\bar{a}_1\bar{a}_2)\bar{a}_3)|Z_k|f(q_2(a_1a_2)a_3)\rangle$$

$$\times \left\langle \mathcal{A}^m \bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3 \bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2 NL \left| \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix} \right| \mathcal{A}^m a_1 a_2 a_3 N_1 L_1 N_2 L_2 NL \right\rangle \quad (62)$$

Wir nennen den Koeffizienten

$$\langle [411][41](41)1 \,|\, Z_k \,|\, [411][41](41)1\rangle = h_{11}$$

der sich nach KR 72, Formel B10 berechnen lässt.

Für die Transformationsklammern

$$\langle \bar{N}_1\bar{L}_1\bar{N}_2\bar{L}_2 L \,|\, \mathcal{E} \,|\, N_1 L_1 N_2 L_2 L\rangle$$

brauchen wir Glg. (26), (Siehe auch KR 73, Formel B3)

Um diese Glg. durchzuführen, benötigen wir die niedrigsten NL Werte diese erhalten wir zuerst aus Tabelle 15 und unterteilen wir sie wie in Tabelle (22) dargestellt wurde. Man merkt, daß die Zahlen der ersten Zeilen den niedrigste Anregung tragen.

Wir unterteilen die Zahlen $N_1 L_1$, $N_2 L_2$ wieter und bekommen Tabelle 23

#	NL	N_1L_1	N_2L_2
1	31	11	20
2	31	11	22
3	31	20	11
4	31	22	11
5	31	31	00

Tabelle 22

N_1L_1	N_2L_2	$N_{11}L_{11}$	$N_{12}L_{12}$	$N_{21}L_{21}$	$N_{22}L_{22}$
11	20	11	00	00	20
11	20	00	11	11	11

Tabelle 23

Jetzt verwenden wir Glg. (62)
Das Endergebnis lautet

$$\langle 1120 \left| \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix} \right| 1120 \rangle = e_{11} + \frac{1}{3} e_{12} e_{21} e_{22} \qquad (6$$

Wir schreiben (62) um als

$$(64) \cdots \langle (411)\ 11,20\ [411] \,|\, (411)\ 11,20\ [411] \rangle = 8 \sum_K \bar{m}(k) h_{11}(k) \left[e_{11} + \frac{1}{3} e_{12} e_{21} e_{2} \right.$$

K	DC (Z_K)	e_{11}	e_{12}	e_{21}	e_{22}	h_{11}
1	$\begin{Bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$	1	0	0	1	1
2	$\begin{Bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{\sqrt{24}}{5}$	$\frac{\sqrt{24}}{5}$	$-\frac{1}{5}$	-1
3	$\begin{Bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	1	$-\frac{1}{4}$
4	$\begin{Bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{20}$	$\frac{\sqrt{24}}{5}$	$-\frac{\sqrt{24}}{20}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
5	$\begin{Bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$	$-\frac{1}{20}$	$-\frac{\sqrt{24}}{20}$	$\frac{\sqrt{24}}{5}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
6	$\begin{Bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\frac{19}{20}$	$-\frac{\sqrt{24}}{20}$	$-\frac{\sqrt{24}}{20}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{4}$
7	$\begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{\sqrt{24}}{20}$	$-\frac{\sqrt{24}}{20}$	$-\frac{1}{5}$	0

Tabelle 24

und mit dem Hilfe der Tabellen (23) und (24) bekommen wir

$$\langle (411)\ 11,20\ [411] \,|\, (411)\ 11,20\ [411] \rangle = \frac{1}{30} \qquad (65)$$

C5.- Spin-Isospinmatrixelemente

Kernkräfte sind ladungsunabhängig, folglich genügt es für die Betrachtung von N-Nukleonen im Kern, den Operator $q_e I$ durch den Ladungsoperator $Q = q_e (I + \tau_3)A/2$ zu ersetzen.
Um eine Berechnung ausführen zu können, müssen wir zunächst bestimmen, welche Partitionen $\bar{f}$ und f in Frage kommen. Für E1 γ-Übergänge haben wir schon in C1 $f = [42]$ $(\pi = +1)$ für den Grundzustand und $\bar{f} = [411]$, $\bar{f} = [33]$ (beide $\pi = -1$) für angeregten Zustände festgelegt. Für die γ-Übergänge in ^{6}Li haben wir alles in Tabelle (25) zusammengefaßt. Der Index f' drückt aus, welche Zwischenpartition mit $\bar{f}$ und f kompatibel ist.

$\bar{f}$	f'	f
33	32	42
411	41	42

Tabelle 25

Für die Berechnung unsere Spin-Isospinoperator bringen wir Glg. (12) aus B1 zur Erinnerung:

$$\langle \gamma^n \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \| V^\alpha U^\omega \| \gamma^n f f' S T \rangle = |f'|^2$$
$$\times \sum_{S'T'} (-)^{S'+\gamma_2+\bar{S}+\alpha} \left[(2S+1)(2\bar{S}+1)\right]^{\gamma_2} \begin{Bmatrix} \gamma_2 & \bar{S} & S' \\ S & \gamma_2 & \alpha \end{Bmatrix}$$
$$\times (-)^{T'+\gamma_2+T+\omega} \left[(2T+1)(2\bar{T}+1)\right]^{\gamma_2} \begin{Bmatrix} \gamma_2 & \bar{T} & T' \\ T & \gamma_2 & \omega \end{Bmatrix}$$
$$\times \langle \gamma^m \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \{ | \gamma^{n-1} S' T' f \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \rangle \langle \gamma^{n-1} S' T' \hat{f}' \gamma' \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} | \} \gamma^n \hat{f} \hat{f}' S T \rangle$$
$$\times \langle \gamma \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \| V^\alpha U^{(\omega)} \| \gamma \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} \rangle \qquad (66)$$

wobei $U = V^\alpha U^\omega$ mit $\alpha, \omega = 0,1$
eine Abkürzung für V^0 = Skalar, $V' = S_3$,
U^0 = Isoskalar, $U' = \tau_3$, ist.

und wiederum die Symbole

$\langle \gamma^n \bar{f} f' \bar{S} \bar{T} \{ | \gamma^{n-1} S' T' f' \gamma' \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \rangle$ und $\langle \gamma^{n-1} S' T' \hat{f}' \gamma' \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \| \} \gamma^n \hat{f}\ \hat{f}' S T \rangle$

Abtrennungskoeffizienten sind.

Die mögliche Werte für $\langle \gamma \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \| V^\alpha U^{(\omega)} \| \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \rangle$ lassen sich unmittelbar nach ED 57 berechnen und das Ergebnis ist in Tabelle 26 aufgetragen.

α	ω	$V^\alpha \cdot U^{(\omega)}$	$\langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} \| V^\alpha \| \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} \rangle \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} \| U^{(\omega)} \| \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} \rangle$	$\langle \gamma' \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \| V^\alpha U^{(\omega)} \| \gamma \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2} \rangle$
0	0	$1 \cdot 1$	$1 \cdot 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$
0	1	$1 \cdot \tau_3$	$1 \cdot 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$
1	0	$S_3 \cdot 1$	$1 \cdot 1$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$
1	1	$S_3 \tau_3$	$1 \cdot 1$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$

Tabelle 26

Die nötige Abtrennungskoeffizienten nehmen wir von Tabelle 3 von JA 51 und fassen sie in Tabelle 27 zusammen

ST \ F=[442]	$[\hat{41}]\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	$[\hat{32}]\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$	$[\hat{32}]\ \frac{3}{2}\ \frac{1}{2}$	$[\hat{32}]\ \frac{1}{2}\ \frac{3}{2}$
10	1	$+1/\sqrt{5}$	$2/\sqrt{5}$	0
01	1	$-1/\sqrt{5}$	0	$-2/\sqrt{5}$
F=[33]				
00	0	-1	0	0
11	0	$1/3$	$2/3$	$2/3$
F=[411]				
00	1	0	0	0
11	1	0	0	0

Tabelle 27

Mit Hilfe unseren Tabellen 25 , 26 , 27, und der Formel (66) bekommen wir die folgenden nicht verschwindenen Matrixelemente

7) $\langle \gamma^6 [33][32] \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} = 11 \| q_e \tfrac{3}{2}(1+\tau_3) \| \gamma^6 [42][32] \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} = 10 \rangle = -\frac{15}{8} q_e$

8) $\langle \gamma^6 [411][41] \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} = 11 \| q_e \tfrac{3}{2}(1+\tau_3) \| \gamma^6 [42][41] \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} = 10 \rangle = -\frac{9}{8} q_e$

Kapitel D

Ergebnise

D1.- Theoretische Berechnung des Energieschemas von ^{6}Li Kern und ihre Auswertung in Bezug auf elastische Streu- und Strahlungseinfang-Experimente.

D2.- Ausgewählte elektromagnetische Übergänge
Quantitative Diskussion über ihre verschiedene Grösse
(a) Verhältniss zwischen den Matrixelementen
(b) Strahlungsbreiten im Cluster- und Schalmodell. Ein Vergleich.

D3.- Breit-Wigner-Einniveauformel. Berechnung von Γ_t.
Parameterberechnung, Wirkungsquerschnitte und ihre Auswertung in Bezug auf experimentelle Ergebnise für
(a) Resonanz χ_0 - $[411]$.
(b) Resonanz χ_0 - $[33]$.
(c) Resonanz χ_1 - $[33]$.

D4.- Zusammenfaßung und Schlußfolgerungen

Kapitel D

Ergebnise

D1.- Theoretische Berechnung des Energieschemas im ^{6}Li und ihre Auswertung in Bezug auf elastische Streu- und Strahlungseinfang-Experimente.

Für diesen Abschnitt referieren wir die Arbeiten von P.Kramer G. John und D. Schenzle KR 80 und der Dissertation von D.Schenzle SC 74.Andere Berechnungen sind in der Literatur zu finden,zum Beispiel von Thompson and Tang TH 68.

In diesen Arbeiten KR 80 und SC 74 machen die Autoren von dem Verfahren,das in Kapitel B und C dieser Arbeit beschrieben worden ist,Gebrauch.Die Unterschiede liegen nur im Formalismus,da sie mit Zweiteilchenmatrixelementen rechnen müssen,und auch in den Potentialen,da sie von Zentral-Bahnspin und Tensorwechselwirkungen Gebrauch machen.

Für die Berechnung im Sechsnukleonensystem,insbesonders ^{6}Li,haben sie die Potentiale von B. Sommer,abgekürzt SOM,(Siehe SO 73) Elliot,Jackson,Mavromatis,Sanderson,Singh,abgekürtz EJMSS,(Siehe EL 68) und Shakin,Waghmare,Tomaselli,Hull,abgekürtz SWTH, (Siehe SH 67) benutzt.

Die Ergebnise für die ersten sechs niedrigten Zustände positiver Parität sind in Tabelle 1 und Tabelle 2 dargestellt.

Aus ihnen kann man sofort ersehen,daß die Kraft zwischen dem SOM Potential und dem EJMSS Potential liegen muß.Solchen Zuständen kann man eine Konfiguration $f = [42]$ zuordnen.

Die mit dieser Konfigurationen durchgeführten Berechnungen stimmen mit den experimentellen Werten überein.Die anderen angeregten Zustände positiver Parität,die auch in dieser Arbeit diskutiert worden sind,wollen wir hier nicht betrachten,da sie für elektromagnetische Übergänge nicht in Frage kommen.

Zur Beschreibung eines gegebenes Zustandes durch Quantenzahlen wird folgende Notation benutzt: JTfLS

J = Gesamtdrehimpuls L = Bahndrehimpuls

S = Spin T = Isospin f = Konfiguration

Die Quantenzahl-Zuordnung der ersten fünf Zustände positiver Parität ist aus Tabelle 3 zu ersehen.Außerdem haben wir diese Zustände zusammen mit den Zustände negativer Parität in Abbildung 1 dargestellt.

SOM			EDMSS			SMTH			
[42]	[411]	[33]	[42]	[411]	[33]	[42]	[411]	[33]	ΔT
98	2	0	99	1	0	99	1	0	10
100	0	0	100	0	0	100	0	0	30
94	6	0	97	3	0	95	5	0	01
100	0	0	99	1	0	100	0	0	20
85	15	0	93	7	0	86	14	0	21
85	15	0	98	2	0	95	5	0	1[illegible]
15	85	0	7	93	0	13	82	0	21*
0	100	0	0	100	0	0	99	1	11
15	85	0	5	95	0	6	94	0	10**
5	95	0	5	95	0	6	94	0	01*
97	3	0	95	5	0	100	0	0	10***
100	0	0	100	0	0	100	0	0	30*
93	7	0	91	9	0				01**

Tabelle 1

Beiträge (in Prozent) verschiedener Konfigurationen in der Supermultiplettentwicklung der Wellenfunktionen für den niedrigsten Zustände in ^{6}Li. Die Abkürzungen SOM, EDMSS, und SMTH kennzeichnen die Wechselwirkungsart.

ΔT	SOM			SMTH			EDMSS		
10	-11.08	-0.77	-0.04	-3.95	-0.62	-7.92	-7.12	-0.60	-2.90
30	-11.18	-2.31	0.21	-1.32	-2.09	-5.62	-4.04	-1.82	-1.02
01	-11.31	-1.31	0.06	-4.32	-1.3	0.04	-5.92	-0.92	0.05
20	11.12	0.48	-0.77	-1.17	0.16	6.39	-3.45	-0.21	-3.21
21	-8.66	-1.47	-0.0	-1.55	-1.54	-0.15	-2.92	-1.16	-0.08
10*	-10.18	0.66	0.31	-0.99	0.91	-5.04	-3.5	0.12	-2.78
21*	-6.32	-0.56	0.06	1.84	-0.73	-0.72	1.01	-0.79	0.81
11*	-5.78	0.54	-0.61	2.54	0.44	-1.68	1.25	0.02	-1.3
10**	-6.41	0.44	0.04	2.02	0.10	-0.24	-0.16	-0.04	-0.11
01*	-5.18	1.41	0.63	2.14	1.73	0.41	1.14	-0.06	0.26

Tabelle 2

Berechnete Beiträge von der Zentral-, Bahnspin-, und Tensor-Wechselwirkung (= 0,1,2) für die niedrigsten Zustände positiver Parität.

Für Zustände negativer Parität haben wir die Energieskala auf E(20[42]11) = 11 MeV festgelegt. Das berechnete Spektrum zeigt eine Gruppe niedriger Zustände mit Konfiguration [42], verschiedene Zustände mit Konfiguration [411] und manche mit [33] Konfiguration. Experimentelle Nachweise für [411] Zustände können aus der E1-Strahlungsanregung in der Reaktion ^{6}Li(γ,n) erhalten werden. Die experimentellen Spektren aus HA 65 zeigen verschiedene Maxima zwischen E = 12 MeV und E = 22 MeV, welche man mit den Gruppen der [411] Zustände in Beziehung bringen könnte. Ab E = 22 MeV erwartet man Beiträge von höhere Supermultipletts wie f = [321].

Bemerkenswert sind die Zustände mit Konfiguration [33], welche eine kleine Beimischung von f = [411] haben. Die Partition f = [33] koppelt stark zu den ungeraden Bahndrehimpulszustände im Kanal ^{3}He + ^{3}H. Experimentelle Nachweise für diese Partition sind aus elastischen Reaktionen und aus γ-Übergänge zu erhalten.

Eine Phasenanalyse der Reaktion ^{3}H(^{3}He,^{3}He)^{3}H von VL 77 zeigt Resonanzen am JT = 21,01 bei E = 21.0 MeV und bei E = 21.5 MeV für L = 1 und für L = 3 Resonanzen JT = 41,31 bei E = 25.7 MeV und bei E = 26.7 MeV. Vergleicht man sie mit den Rechnungen, so identifiziert man den Zustand JT = 21 mit 21[33]11 und bestimmt seine Energie zu E = 21.0 MeV. Die Tabelle zeigt die berechneten Niveaus neben den experimentellen Ergebnissen. Diese Tabelle basiert auf einer Rechnung mit höheren Drehimpulsen und unterscheidet sich im Einzelheiten von dem Niveausschema in Abbildung 1.

Die vier Resonanzen aus VL 77 sind vernünftig dargestellt. Bei den berechneten Niveaus mit JT = 11,10,21 sollte man mit den Phasenverschiebungen aus VL 77 vergleichen. Die berichtete Anomlie in der Komplexen Phasenverschiebung $^{1}F_{3}$ könnte man mit den Anwesenheit des JT = 30 Zustandes bei E = 28.4 MeV in Beziehung bringen.

#	JT	Struktur JTfLS	E(MeV)
0	10	10[42]01	0.00
1	30	30[42]21	1.65
2	01	01[42]00	1.69
3	20	20[42]21	3.64
4	21	21[42]20	4.25

Tabelle 3
Zustände positiver Parität $\pi = +1$

Gerechnet		Experimentelle elastische Streuung			Experimentelle Strahlungseinfang		
E(MeV)	Struktur JTfLS	Zerfall	E(MeV)	JT,LS	E(MeV)	JT,LS	Zerfall
28.4	30[33]30	γ_1			26.6	30,(13)0	γ_1
27.8	21[33]31	$\gamma_1\ \gamma_3$					
27.8	31[33]31	$\gamma_1\ \gamma_3$	26.7	31,31	26.6	31,(13)1	γ_3
25.0	41[33]31	γ_1	25.7	41,31	25.1	(234)1,13	γ_1
23.6	10[33]10	γ_0					
23.0	11[33]11	γ_0					
21.2	01[33]11	γ_0	21.5	01,11			
21.0	21[33]11	$\gamma_0\ \gamma_4$	21.0	21,11			

Tabelle 4
Berechnete negative Paritätszustände in ^{6}Li mit Partition [33] und vorausgesagte Übergänge zu positiven Paritätszuständen in ^{6}Li verglichen mit den experimentellen Werten aus den Reaktionen ^{3}H(^{3}He,^{3}He)^{3}H von VL 77 und ^{3}H(^{3}He,γ)^{6}Li von VE 73.

Da die Berechnungen systematisch eine Energiedifferenz zwischen Zuständen mit T = 0 und Zustände mit T = 1 ergeben, sollte dieser Zustand um eine Energie von ein MeV niedriger liegen.
Für die γ-Übergänge verwenden wir die folgenden Regeln: Zustände mit einer dominanten Partition sollten sich höchstens in einem einzelnen Kästchen des Youngs-Diagrams unterscheiden. Für E1 Übergänge haben wir die Auswahlregel $\Delta J = 0, \pm 1$; $\Delta L = 0, \pm 1$; und Paritätsänderung. Weiterhin setzen wir $\Delta S = 0$ als Bedingung voraus, die der Hauptteil des E1-Übergangsoperators erfüllt. Für selbstkonjugierte Kerne wie ^{6}Li haben wir zusätzlich $\Delta T \neq 0$.
Die Kopplung zwischen Reaktionskanälen und Resonanzen ist begünstigt, wenn die Bahnpartition der Resonanz durch die Partitionen im Reaktionskanal induziert ist.
Der Kanal ^{3}He + ^{3}H mit ungerader Parität koppelt an Resonanzen mit Partition $f = [33]$. Kopplung zu der Partition $f = [411]$ kann nur durch Beimischung in der Resonanz auftreten.
Die Reaktion ^{3}H(^{3}He,γ) ist in VE 71 und VE 73 untersucht worden. Die Verfasser untersuchten die Übergänge zu den ersten fünf Niveaus im ^{6}Li mit $\pi = +1$. Sie haben sie als γ_0, γ_1, γ_2, γ_3, γ_4, gekennzeichnet. In VE 71 werden die experimentellen Ergebnisse mittels der Resonanzen JT = 41 bei E = 26.1 MeV und JT = 31 bei E = 26.6 MeV erkärt. In VE 73 ist die Deutung der niedrigen Resonanz auf Grund einer Direkteinfangrechnung geändert worden. Es wird argumentiert, daß die Resonanz sich von dem Eingangskanal in der Struktur unterscheiden muß, daher wird ein Struktur ^{4}He + p + n mit JT = (234)1 bei E = 25.1 MeV vorgeschlagen. Aus den Induktionsregeln, ergeben sich für die Struktur ^{4}He + p + n die Bahnpartitionen $f = [42]$, $f = [411]$. Die erste hat ST = 01,10 und folglich erlaubt sie keine Übergänge. Die Partition $f = [411]$ ist in den Rechnungen voll berücksichtigt worden. Wir haben herausgefunden, daß die Beimischung zwischen $f = [33]$ und $f = [411]$ in diesem Energiebereich ungefähr bei 1% liegt. Daraus und auch aus den Ergebnisse von VL.77 schließen wir, daß, im Gegensatz zu VE 73, alle gefundenen Resonanzen aus dem

Kanal $^3He + ^3H$ eine Struktur mit der Partition f = [33] haben sollten. Die Zuordnung der Resonanz bei E = 21.0 MeV ; 21.5 MeV ist bei der Resonanz in der Reaktion $^6Li(\gamma, ^3H)$, die von MU 70 berichtet ist, begründet.

Wir haben alle berechneten Ergebnisse in Tabelle 5 aufgeführt und in Abbildung 1 dargestellt. Neben Zustände mit dominanter Partition gibt es Zustände, die eine starke Mischung von verschiedenen Partitionen aufweisen. Die Drehimpulse sind im Allgemeinen stärker gemischt als die Partitionen. Auf die Deutung eines Teils der Zustände kommen wir in Abschnitt D3.a zurück.

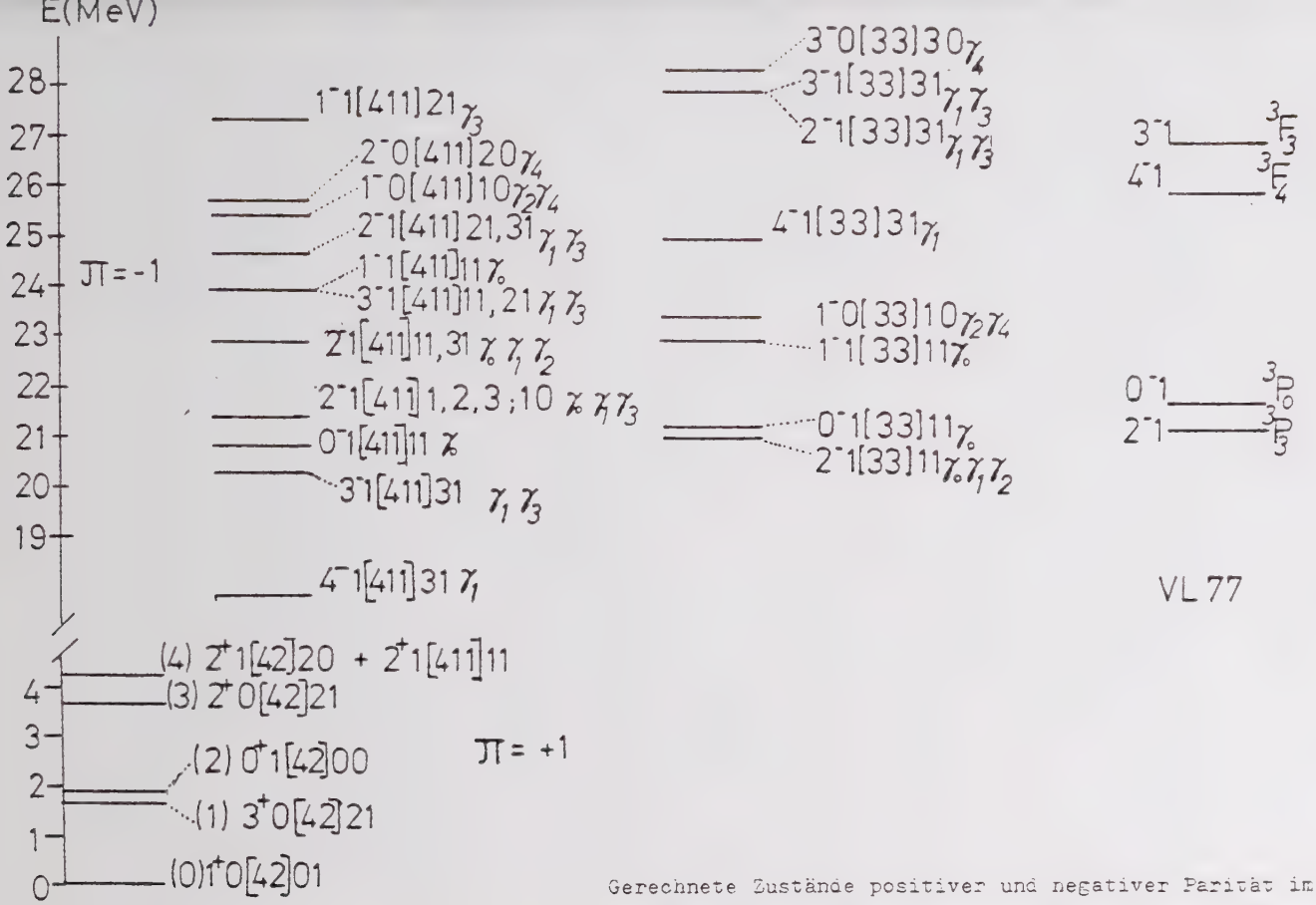


Abb.1

Gerechnete Zustände positiver und negativer Parität im ^{6}Li nach KR 80 und SC 74. Niveaus nach elastischen Streuung-Experimente von VL 77.

Angeregte Zustände negativer Parität $\pi = -1$

	#1	JT	Struktur JTLS	%	γ-Übergänge	E (MeV)
↑	1	01	01[411]11	72.6% [411] + 27.4% [33]	γ_0	20.80
	2	01	01[33]11	72.3% [33] + 27.7% [411]	γ_0	21.12
	3	11	11[33]11	94.9% [33] + 4.7% [411]	γ_0	22.87
	4	11	11[411]11	94.5% [411] + 3.4% [33]	γ_0	24.00
	5	11	11[411]21	93.4% [411] + 5% [42]	γ_3	27.37
T=1	6	21	21[33]11	82.9% [33] + 16.8% [411]	$\gamma_2\gamma_1\gamma_3$	20.97
	7	21	21[411]11, 21, 31	82.8% [411] + 17.1% [33]	$\gamma_2\gamma_1\gamma_3$	21.36
	8	21	21[411]11, 31	60.2% [411] + 39.7% [42]	$\gamma_2\gamma_1\gamma_3$	22.99
↓	9	21	21[411]21, 31	95.1% [411] + 3.3% [42]	$\gamma_1\gamma_3$	24.63
	10	21	21[33]31	98.0% [33] + 1.9% [411]	$\gamma_1\gamma_3$	27.80
	11	31	31[411]31	93.7% [411] + 5.4% [42]	$\gamma_1\gamma_3$	20.27
	12	31	31[411]11, 21	80.4% [411] + 19.1% [42]	$\gamma_1\gamma_3$	23.97
	13	31	31[33]31	98.4% [33] + 1.5% [411]	$\gamma_1\gamma_3$	27.80
	14	41	41[411]31	99.9% [411] + 0.1% [33]	γ_1	17.80
	15	41	41[33]31	99.9% [33] + 0.1% [411]	γ_1	24.90
T=0	16	10	10[33]10	90.4% [33] + 8.3% [42]	$\gamma_2\gamma_4$	23.34
	17	10	10[411]10	58.6% [411] + 35.2% [42]	$\gamma_2\gamma_4$	25.41
	18	20	20[411]20	89.9% [411] + 10.0% [42]	γ_4	25.70
	19	30	30[33]30	98.2% [33] + 1.7% [411]	γ_4	28.25

D2,- Ausgewählte elektromagnetische Übergänge im ^{6}Li.
Aus der Tabelle 5 und der Abbildung 1 von D1 wählen wir die folgenden elektromagnetischen Übergänge,die wir in Abbildung 2 aufgetragen haben

$$\gamma_0 \begin{cases} \overset{-}{1}1\,[411]\,11 \longrightarrow \overset{+}{1}0\,[42]\,01 \\ \overset{-}{1}1\,[33]\,11 \longrightarrow \overset{+}{1}0\;42\;01 \end{cases}$$

bei E = 24 MeV
bei E = 23 MeV

$$\gamma_1 \begin{cases} \overset{-}{4}1\,[33]\,31 \longrightarrow \overset{+}{3}0\,[42]\,21 \\ \overset{-}{3}1\,[33]\,31 \longrightarrow \overset{+}{3}0\,[42]\,21 \\ \overset{-}{2}1\,[33]\,31 \longrightarrow \overset{+}{3}0\,[42]\,21 \end{cases}$$

bei E = 25 MeV
bei E = 28 MeV
bei E = 28 MeV

Tabelle 6

Diese Übergänge lassen sich mit Experimenten in Beziehung bringen (Siehe VE 71,VE 73,HA 64,VL 77, und MU 70) und entsprechen auch fast reinen Multipletts und Konfigurationen (Siehe Abbildung 2).

Wir beginnen zunächst mit der Diskussion der verschiedenen Größen,die in diesem Übergangstyp auftreten,danach vergleichen wir die entsprechenden Strahlungsbreiten mit den Strahlungsbreiten, die sich nach dem Schalmodell ergeben würden.Im Abschnitt D3 wird die Berechnung des Wirkungsquerschnittes behandeln.

a) Verhältnis zwischen den Matrixelementen.

Mit den Ergebnissen für die WW- und Normintegrale aus C3 und C4,den Spin-Isospinmatrixelementen aus C5,dem Kopplungskoeffizienten für Spin und Bahndrehimpuls aus Glg. (11) Kapitel B,den Ausdrücken für die Radialintegrale,Tabelle 6 Kapitel A,bekommen wir die geschlossenen Ausdrücke

$$F_{411}^{\gamma_0} = K^{\gamma_0}(\bar{J})\,\frac{\langle (\bar{\alpha}\gamma)^6\; 1^6[411] \,|\, \mathcal{H}' \,|\, (\alpha\gamma)^6\; 1^6\,[42]\rangle}{\{\langle f_{411}|f_{411}\rangle \langle i_{42}|i_{42}\rangle\}^{1/2}}$$

$$f_{411}^{\gamma_0} = i\,q_e \left(\frac{\hbar m\omega}{8\pi}\right)^{1/2} K^{\gamma_0}(\bar{J})\, f_{411}^{\Lambda}$$

$$f_{411}^{\Lambda} = e^{-k^2/4}\left[23.322871 - 6.017979\,k^2 + \cdots\right]$$

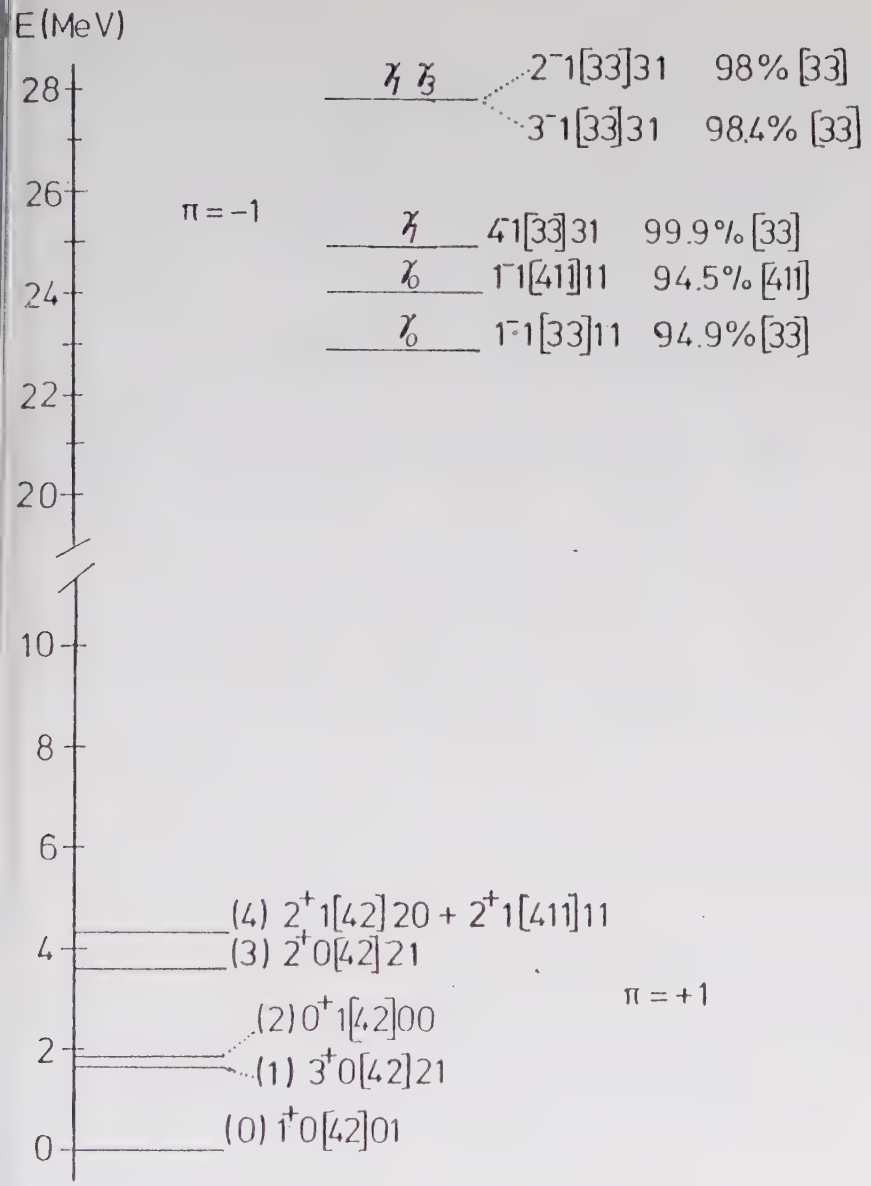


Abb. 2 Gerechnete Zustände positiver Parität und ausgewählte Zustände negativer Parität im ^{6}Li Kern nach KR 80 und SC 74.

$$f_{33}^{\gamma_e} = K^{\gamma_e}(\bar{J}) \frac{\langle (\alpha\gamma)^6\ 1^6\ [33] | \mathcal{H}' | (\alpha\gamma)^2\ 1^6\ [42] \rangle}{\{ \langle f_{33}|f_{33}\rangle \langle i_{42}|i_{42}\rangle \}^{1/2}}$$

$$= i\, q_e \left(\frac{\hbar m \omega}{8\pi}\right)^{1/2} K^{\gamma_e}(\bar{J})\, f_{33}^{A} \qquad (2.a)$$

$$f_{33}^{\gamma_i} = K^{\gamma_i}(\bar{J}) \frac{\langle (\alpha\gamma)^6\ 1^6\ [33] | \mathcal{H}' | (\alpha\gamma)^6\ 1^6\ [42] \rangle}{\{ \langle f_{33}|f_{33}\rangle \langle i_{42}|i_{42}\rangle \}^{1/2}}$$

$$= i\, q_e \left(\frac{\hbar m \omega}{8\pi}\right)^{1/2} K^{\gamma_i}(\bar{J})\, f_{33}^{B} \qquad (3.a)$$

mit

$$f_{33}^{A} = e^{-k^2/4}\left[-3.096844 - 0.2418120k^2 + \cdots\right] \qquad (2.b$$

$$f_{33}^{B} = e^{-k^2/4}\left[-1.317206 + 0.037608k^2 + \cdots\right] \qquad (3.b$$

Für K(J) haben wir den allgemeinen Ausdruck (Siehe Glg. ( ))

$$K(\bar{J}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[(2\bar{J}+1)(2J+1)(2k+1)\right]^{1/2} \begin{Bmatrix} \bar{L} & L & k_1 \\ \bar{S} & S & k_2 \\ \bar{J} & J & k \end{Bmatrix} \qquad (4)$$

Das $(3)^{-1/2}$ stammt aus der Kopplung zwischen T und $\bar{T}$ durch den Wignerkoeffizienten

$$(-)^{1-T+\bar{T}} \frac{\langle 1\, q\, T M_T | \bar{T} M_{\bar{T}} \rangle}{(2T+1)^{1/2}}$$

da $T = 0$, $\bar{T} = 1$

$$K^{\gamma_e}(\bar{J}) = \frac{(-)^{\bar{J}}}{3\sqrt{3}} (2\bar{J}+1)^{1/2} \qquad (5)$$

$$K^{\gamma_i}(\bar{J}) = \sqrt{\frac{7}{2}} \begin{Bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & \bar{J} & 1 \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

auch haben wir

$\langle (\alpha\gamma)^6\, 1^6\, \bar{f} \,|\, \gamma' \,|\, (\alpha\gamma)^6\, 1^6\, f \rangle$ = WW-Matrixelement
(Siehe Glg. (42) für $\gamma_e = [33]$; Glg. (61) für $\gamma_e = [411]$;
Glg. (45) für $\gamma_1 = [33]$; alle Glgn. von Kapitel C)

$\langle i_{42} | i_{42} \rangle$ = Norm für f = [42] (Glg. (49) von C3)
$\langle f_{33} | f_{33} \rangle$ = Norm für f = [33] (Glg. (51) von C3)
$\langle f_{411} | f_{411} \rangle$ = Norm für f = [411] (Glg. (65) von C4)

Jetzt sind wir in der Lage, für die Matrixelemente unserer oben ausgewählten Resonanzen, vollständige Ausdrücke zu geben.

$$f_{411}^{\gamma_0} = i\, q_e \left(\frac{\hbar\, m(\omega)}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4} \left[7.774291 - 2.015991\, k^2 + \cdots\right] \qquad (7)$$

$$f_{33}^{\gamma_0} = i\, q_e \left(\frac{\hbar\, m(\omega)}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4} \left[-1.032281 - 0.072707\, k^2 + \cdots\right] \qquad (8)$$

$J = 4$

$$f_{33}^{\gamma_1} = i\, q_e \left(\frac{\hbar\, m(\omega)}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4} \left[-0.497857 + 0.013637\, k^2 + \cdots\right] \qquad (9)$$

$J = 3$

$$f_{33}^{\gamma_1} = i\, q_e \left(\frac{\hbar\, m(\omega)}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4} \left[0.146356 - 0.004009\, k^2 + \cdots\right] \qquad (10)$$

$J = 2$

$$f_{33}^{\gamma_1} = i\, q_e \left(\frac{\hbar\, m(\omega)}{8\pi}\right)^{1/2} e^{-k^2/4} \left[-0.024739 + 0.000678\, k^2 + \cdots\right] \qquad (11)$$

Um einen Eindruck vom Verlauf Glg.(7) bis Glg.(11) zu gewinnen, tabellieren wir in Tabelle 7 $K^{\gamma_0}(1)\, f_{411}^{A}$, $K^{\gamma_0}(1)\, f_{33}^{A}$, $K^{\gamma_1}(1)\, f_{33}^{B}$, $K^{\gamma_1}(3) f_{33}^{B}$, $K^{\gamma_1}(2)\, f_{33}^{B}$ zum Quadrat als Funktion der Energie und tragen ihre Werte in Abbildung 3 auf.

MeV	$\lvert K^{\gamma_0}(1) f^{A}_{41}\rvert^2$	$\lvert K^{\gamma_0}(1) f^{A}_{33}\rvert^2$	$\lvert K^{\gamma_1}(4) f^{B}_{23}\rvert^2$	$\lvert K^{\gamma_1}(3) f^{B}_{33}\rvert^2$	$\lvert K^{\gamma_1}(2) f^{B}_{23}\rvert^2$
0	60.43960	1.06560	0.24786	2.14201×10^{-2}	6.12018×10^{-4}
2	60.43328	1.06556	0.24785	2.14189×10^{-2}	6.11938×10^{-4}
4	60.41431	1.06545	0.24781	2.14152×10^{-2}	6.11879×10^{-4}
6	60.38272	1.06525	0.24773	2.14091×10^{-2}	6.11701×10^{-4}
8	60.33851	1.06498	0.24764	2.14006×10^{-2}	6.11460×10^{-4}
10	60.28172	1.06462	0.24751	2.13896×10^{-2}	6.11147×10^{-4}
12	60.21236	1.06419	0.24735	2.13712×10^{-2}	6.10764×10^{-4}
14	60.13049	1.06368	0.24717	2.13604×10^{-2}	6.10312×10^{-4}
16	60.03613	1.06309	0.24696	2.13421×10^{-2}	6.0979×10^{-4}
18	59.92936	1.06243	0.24672	2.13215×10^{-2}	6.0920×10^{-4}
20	59.81022	1.06168	0.24645	2.12984×10^{-2}	6.08511×10^{-4}
22	59.67877	1.06086	0.24616	2.12729×10^{-2}	6.07813×10^{-4}
24	59.57510	1.05996	0.24584	2.12451×10^{-2}	6.07017×10^{-4}
26	59.37927	1.05898	0.24549	2.12148×10^{-2}	6.06153×10^{-4}
28	59.21138	1.05797	0.24511	2.11822×10^{-2}	6.05221×10^{-4}
30	59.03151	1.05680	0.24470	2.11472×10^{-2}	6.04222×10^{-4}

Tabelle 7

Übergangsmatrixelement $\lvert\langle \psi_F \lvert \mathcal{H}' \rvert \psi_i \rangle\rvert^2$ in Abhängigkeit der Energie

Man kann die beachtlichen Unterschiede zwischen den verschiedenen Übergangsarten ersehen.

Bei den γ-Übergängen sieht man, daß γ_0-[411] 60-mal größer als γ_0-[33] ist. Der Ursache dafür ist auf die Austauschintegrale zurückzuführen, denn im Zweiclusterfall haben wir einen einzigen Beitragsterm, während im Dreiclusterfall wegen der Zwischen-Kopplungspartition zwei Beitragsterme auftreten. (Vergleiche Formel (C.36) auf Seite 47 mit Formel (C 53) auf Seite 56).

Weiterhin erkennen wir die Unterschiede zwischen den Prozesse γ_0 und γ_1 .Der Prozeß γ_0 - [33] ist 10-mal größer als γ_1 - [33] J = 4.Bei den γ_1 -Übergänge sieht man,daß der Unterschiede zwischen benachbarten Übergängen,je nach J-Wert,eine Zehnerpotenz beträgt.Ursache dafür ist der Koeffizient $K^{\gamma_1}(J)$,der die folgenden Werte annehmen kann

$$K^{\gamma_1}(4) = 1/\sqrt{7} = 0.37796 \qquad (12.a)$$

$$K^{\gamma_1}(3) = -1/9 = -0.11111 \qquad (12.b)$$

$$K^{\gamma_1}(2) = 1/9\sqrt{35} = 0.018741 \qquad (12.c)$$

b) Strahlungsbreiten in Cluster- und Schalenmodell.Ein Vergleich.

Mit den Glgn. (7) bis (11) können wir jetzt die entsprechenden Strahlungsbreiten berechnen.Nach der Formel

$$\Gamma = \hbar w_{fi} = 2\pi \rho_f |\langle \psi_f | \mathcal{H}' | \psi_i \rangle|^2 \qquad (13)$$

und mit der Einführung der Parameter $\beta k = kr_0$ und $b = (\hbar/m\omega)^{1/2}$ bekommt man den Ausdruck

$$\Gamma = c(b)\left[e^{-\beta k^2/4} \, Pol(\beta k) \right] k \qquad (14)$$

wobei $c(b) = 3.4029 \times 10^{-10} b^{-2}$; $\beta k = 5.06695 \times 10^{-3} E_n$

Energie E_n in MeV ; Pol(βk) = Polynom in βk aus Glgn (7) bis (11).

Durch die Glg. (14) und für die Werte b =1.4; 1.5; 1.6 fm bekommt man die Strahlungsbreiten,die in Tabelle 8 aufgeschrieben sind. In der letzten Spalte haben wir die Abschätzung von Γ_{rad} nach der Weißkopfschen Formel (Siehe BL 52,Formel 6.9) aufgetragen

$$\Gamma_{rad} = \hbar \, T_E(l) = \frac{\hbar \, 1.4}{\pi} \frac{(l+1)}{[(2l+1)!!]^2} \left(\frac{3}{l+3} \right)^2 \left(\frac{\hbar\omega}{197 \, MeV} \right)^{2l+1} R^{2l} \, 10^{21} \qquad (15)$$

mit $\hbar\omega$ in MeV und R in Femtometer. l drückt die Multipolarität aus.

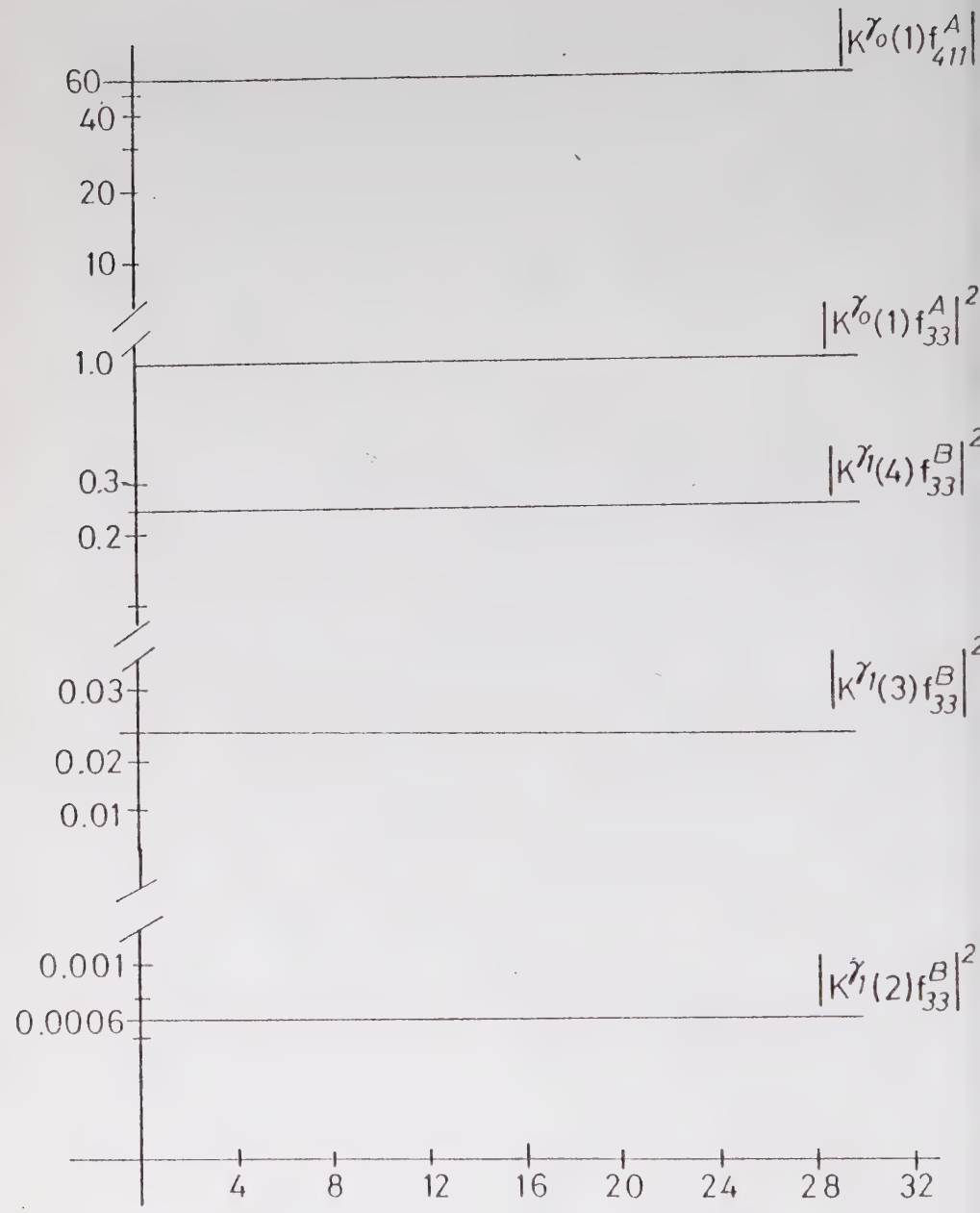


Abb.3 Übergangsmatrixelement $|\langle\Psi_f|\mathcal{H}'|\Psi_i\rangle|^2$ in Abhängigkeit der Energie

Man kann sofort die beachtlichen Unterschiede,die wir schon im letzten Abschnitt gesehen haben,wiedererkennen.Bemerkenswert ist außerdem,daß keine der ersten drei Spalten mit der letzten Spalte übereinstimmt.Das heißt,daß die Strahlungsbreiten,die aus einem Clusteransatz kommen,nicht mit den Strahlungsbreiten übereinstimmen,die aus einer Einteilchentheorie kommen.
Dieses Ergebnis steht im Gegensatz zu den Behauptungen in einigen experimentellen Arbeiten,zum Beispiel bei Ventura VE 73.

D3.- Breit-Wigner Einniveauformel.Rechnung von Γ_t.

Nach unseren Betrachtungen in Abschnitt C1 wurde festgelegt, daß die einzigen Konfigurationen,die hier betrachtet werden sollen, $[411]$ und $[33]$ sind,da sie negative Parität tragen und daher von einem elektrischen Dipoloperator,angewandt auf den Grundzustand $[42]$,angeregt werden können.
Um Resonanzen zu berechnen,betrachten wir zunächst einen zweistufigen Prozess.
a) Zuerst die Gammaabsorption $^6Li + \gamma \longrightarrow {}^6Li^*$ mit der Erzeugung eines Zwischenkerns (Compound Nucleus) $^6Li^*$,der danach
b) in verschiedene Fragmente zerfällt.
Je nach Konfiguration sind die Zerfallsmöglichkeiten

$$^6Li^*([33]) \longrightarrow {}^3He + {}^3H \qquad (16)$$

$$^6Li^*([411]) \longrightarrow {}^5He + p \longrightarrow {}^4He + n + p \qquad (17.a)$$

$$^6Li^*([411]) \longrightarrow {}^5Li + n \longrightarrow {}^4He + p + n \qquad (17.b)$$

$$^6Li^*([411]) \longrightarrow {}^4He + n + p \qquad (17.c)$$

Alle diese letzten drei Reaktionen ergeben hochenergetische Neutronen bzw. Protonen.
Wir wollen nur die Reaktionen (16),(17.a),(17.b) behandeln,da die Reaktion (17.c) den Aufbruch in drei Fragmente enthält.
Die Umkehrreaktion $A + B \longrightarrow {}^6Li^* \longrightarrow {}^6Li + \gamma$ (Strahlungseinfang) ist nur in (16) möglich,da ^5He und ^5Li unstabile Kerne sind.

Übergang	Energie	b = 1.4	b = 1.5	b = 1.6	Weißkopf Schätzung
$1^-1[411]11 \xrightarrow{\gamma_0} 1^+0[42]01$	24 MeV	78451.98 eV	68340.03 eV	60064.62 eV	4771.81 eV
$1^-1[33]11 \xrightarrow{\gamma_0} 1^+0[42]01$	23 MeV	1339.13 eV	1166.53 eV	1025.27 eV	4199.84 eV
$4^-1[33]31 \xrightarrow{\gamma_1} 3^+0[42]21$	25 MeV	337.21 eV	293.75 eV	258.18 eV	5393.48 eV
$3^-1[33]31 \xrightarrow{\gamma_1} 3^+0[42]21$	28 MeV	32.64 eV	28.43 eV	24.99 eV	7577.46 eV
$2^-1[33]31 \xrightarrow{\gamma_1} 3^+0[42]21$	28 MeV	0.93 eV	0.81 eV	0.71 eV	7577.46 eV

Tabelle 8

Strahlungsbreiten in Abhängigkeit von Parameter $b = (\hbar/m\omega)^{1/2}$
für γ_0- und γ_1-Übergänge im ^{6}Li Kern

Unsere Aufgabe ist nur, die verschiedenen Wirkungsquerschnitte bei diesen Prozessen kennenzulernen. Dazu verwenden wir die Breit-Wigner-Einniveauformel (Siehe BL 52).

$$\sigma(\alpha,\beta) = g(s,J)\,\pi\,\lambda\!\!\!^{-2}_{\alpha}\,\frac{\Gamma_\alpha^s\,\Gamma_\beta^s}{(E_\alpha - E_{\alpha s})^2 + \left(\frac{1}{2}\Gamma^s\right)^2} \qquad (18)$$

wobei $\Gamma^s = \Gamma_\alpha^s + \Gamma_\beta^s$; $E_{\alpha s}$ = Resonanzenergie

Γ_α^s = Zwischenkernbildungsbreite durch Kanal

Γ_β^s = Zerfallsbreite des Zwischenkerns durch Kanal

$\lambda\!\!\!^{-}_{\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi}$ = De Broglie Wellenlänge der Relativbewegung im Kanal dividiert durch 2π.

E_α = Relativbewegungsenergie im Kanal

$g(s,J)$ = Statistischer Faktor der Spin und Gesamtedrehimpuls berücksicht.

Physikalische Bedeutung der Formel (18) :

In dieser Formel betrachten wir die Bildung ein Zwischenkerns über Kanal α , zu welchem die Strahlungsbreite Γ_α^s gehört, und der in den Kanal β , zu welchem die Teilchenbreite Γ_β^s gehört, zerfällt. Für unsere Zwecke nennen wir Γ_α^s zu Γ_{rad} und Γ_β^s zu Γ_t um. Für die Beschreibung des Zerfalls unseres Zwischenkerns stellen wir uns vor, daß er sich in einem Potentialtopf befindet, einem Potentialtopf, der aus ein Zentrifugal- und Coulombbarriere besteht.

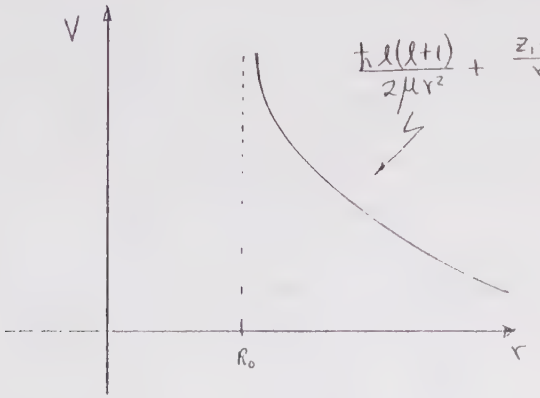


Abbildung 4

Berechnung von Γ_t.

Jetzt verwenden wir eine Theorie, die des Alphazerfalls ähnlich ist. Die Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit $\Gamma_t/\hbar$ für die Emission eines Teilchens, beispielswiese eines ^3H, eines ^3He eines p oder eines n, lässt sich als

$$\Gamma_t = \hbar \omega_c T_\ell \qquad (19)$$

schreiben, wobei

ω_c = die Stoßzahl pro Zeiteinheit des emitierten Teilchens auf die Kernoberfläche

T_ℓ = der Transmissionskoeffizient der Potentialbarriere ist

Diesen Größen lassen sich folgendenmassen abschätzen:

wenn unser Zwischenkern sich in einem gebundenen oder quasigebundenen Zustand befindet, dann oszillieren die Cluster innerhalb dieses Zwischenkerns gegeneinander periodisch. Wegen der Periodizität dieser Bewegung kann man $P = \omega_o^{-1}$ mit einer klassischen Größe identifizieren und auch wenn die Energieniveaus gleich verteilt sind, (zum Beispiel $E_n = E_o + nD$) diese Periode durch $P = 2\pi\hbar/D$ beschrieben, wobei D die Niveausbstand ist.

Um T_ℓ abzuschätzen, nehmen wir an, daß das emitierte Teilchen sich mit der kinetische Energie E innerhalb unseres Zwischenkerns bewege.

Es nähert sich der Barriere bei r = R = Kanalradius an (Abstand bei der die Wechselwirkung zwischen emittiertem und restlichem Teilchen gegenüber der Coulombabstoßungskraft vernachlässigt wird) und überwindet die Barriere oder wird reflektiert.

Der transmissionskoeffizient hat die Form

$$T_\ell = \frac{4 S_\ell K R}{\Delta_\ell^2 + (S_\ell + KR)^2} \qquad (20)$$

wobei die Wellenzahl K mit der kinetische Energie des emittiertes Teilchens $K = \sqrt{2\mu/\hbar^2}$ zusammenhängt, ℓ sein Drehimpuls in $\hbar$ Einheiten ist und für Δ_ℓ und S_ℓ gilt

$$\Delta_\ell = R \left[\frac{G_\ell \frac{dG_\ell}{dr} + F_\ell \frac{dF_\ell}{dr}}{G_\ell^2 + F_\ell^2} \right]_{r=R} \qquad (21.a) \qquad S_\ell = R \left[\frac{G_\ell \frac{dF_\ell}{dr} - F_\ell \frac{dG_\ell}{dr}}{G_\ell^2 + F_\ell^2} \right]_{r=}$$

Hier sind $F_\ell(r)$ und $G_\ell(r)$ die regulären und irregulären Coulombfunktionen. Beide Funktionen und ihre Ableitungen hängen von η und ρ ab. η ist ein Parameter, der die Bedeutung des Coulombeffekte bestimmt

$$\eta = \frac{zz'}{\hbar v} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \qquad (22)$$

wobei

v = Geschwindigkeit im Kanal

(Siehe BL 52, Formel VIII2.34)

Zur Abschätzung der Radien betrachten wir eine Nährungsformel von (20) (Siehe BL 52, Formel XI2.14)

$$T_\ell \simeq \frac{4 K K_\ell(R)}{K^2 + \left[K_\ell(R) + \frac{1}{2} K_\ell'(R)/K_\ell(R)\right]^2} \exp\left[-2\int_R^{R_0} K_\ell(r)\,dr\right] \qquad (23)$$

hier ist

$$K_\ell^2(r) = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \frac{2\mu_\alpha z z'}{\hbar^2}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} - \frac{2\mu_\alpha \varepsilon_\alpha}{\hbar^2} \qquad (24)$$

r_0 ist definiert durch die Bedingung $K_\ell(r_0) = 0$ (25). Das heißt, r_0 ist der kürzeste klassische Abstand beider Teilchen mit relativem Drehimpuls ℓ. Für den Kanalradius gibt es in der gegenwärtigen Literatur keinen einheitlichen Ausdruck. Hier werden wir die Bedingung aus Glg. (25) benutzen.

Alle diese letzten Gleichungen sind für geladene Teilchen geeignet, d.h. für die Reaktionen (16) und (17.a).

Für eine Reaktion der Art (17.b) muß man die Glg. (20) entsprechend verändern. Der Transmissionskoeffizient für Neutronen (Siehe BL 52, Formel VIII.5.7) lautet

$$T_\ell = \frac{4 x X v_\ell}{X^2 + (2xX + x^2 v_\ell')v_\ell} \qquad (26)$$

wobei

$x = kR$, $X = KR$ die Wellenlängen innerhalb und außerhalb der Barriere sind und für niedrige ℓ-Werte gilt

$$v_0 = 1 \qquad v_0' = 1$$

$$v_1 = \frac{x^2}{1+x^2} \qquad v_1' = \frac{1}{x^2} + \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$v_2 = \frac{x^4}{9+3x^2+x^4} \qquad v_2' = \left(1 - \frac{6}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{6}{x^3} - \frac{6}{x}\right)^2$$

$$v_3 = \frac{x^6}{225+75x^2+6x^4+x^6} \qquad v_3' = \left(1 - \frac{21}{x^2} + \frac{45}{x^4}\right)^2 + \left(\frac{15}{x^3} - \frac{6}{x}\right)^2$$

Tabelle 9

Berücksichtigung des Faktors g(S,J)

In einer Strahlungseinfangreaktion, Beispielsweise

$$^3H + ^3He \longrightarrow ^6Li + \gamma$$

mit der Spinen der einfallenden Teilchen: Spin(^{3}H) = S = 1/2, Spin(^{3}He) = $\bar{S}$ = 1/2 und das Gesamtdrehimpuls J des Produktes ^{6}Li der Faktor

$$g(S,J) = (2J + 1)/(2S + 1)(2\bar{S} + 1) \qquad (27)$$

(Siehe BL 52, Formel VIII.10.31) hat die Gestalt

$$g(S,J) = (2J + 1)/4 \qquad (28)$$

Für die Berechnung $FK_J = g(S,J)\pi\lambda^2$ berücksichtigen wir die Wellenlänge λ im Kanal $\lambda = 1/k$, $p = \hbar k$; $K = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$ wobei μ die reduzierte Masse ist.

Ergebnisse für J = 1,2,3,4 und $\mu = \frac{m_{^3H}\, m_{^3He}}{m_{^3H} + m_{^3He}} = \frac{3}{2} m_p$ sind in Tabelle 10 zu sehen

J	g(1/2,J)	FK_J	Übergang
1	3/4	$0.827024 \times 10^{-1}/E_m$	γ_0
2	5/4	$1.378375 \times 10^{-1}/E_m$	γ_1
3	7/4	$1.378375 \times 10^{-1}/E_m$	γ_1
4	9/4	$2.481074 \times 10^{-1}/E_m$	γ_1

Tabelle 10

Auf ähnliche Weise bekommt man für die Reaktion

$$^5He + p \longrightarrow ^6Li + \gamma$$

mit g(1/2,1) = 3/8 ; $\mu = \frac{m_{^5He}\, m_p}{m_{^5He} + m_p} = \frac{5}{6} m_p$

γ_0 $\quad FK_1' = 0.372161 \times 10^{-1}/E_m \qquad (29)$

Wir werden alle diese Grössen in den nächsten Abschnitten anwenden.

a) Parameter Berechnung für die Resonanz γ_c $\hat{1}1[411]11 \longrightarrow \hat{1}0[42]01$ bei $E(^6Li) = 24$ MeV.

Wie wir schon am Anfang dieses Abschnittes betont haben, wollen wir die stufenweise Reaktion (Siehe Glg.17.a)

$$^6Li + \gamma \longrightarrow {}^6\overset{*}{Li}([411]) \longrightarrow {}^5He + p \longrightarrow {}^4He + n + p$$

betrachten.

Wir berechnen zuerst, wie hoch die Potentialbarriere V_B liegt, um einen Einblick in den Kanalradius zu bekommen.

Dazu verwenden wir Glg. (18')

$$V_B = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} + \frac{Z_1 Z_2}{r}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \qquad \text{mit} \qquad \mu = \frac{m_{^5He}\, m_p}{m_{^5He} + m_p} = \frac{5}{6} m_p$$

für die Werte

$$\hbar = 1.05459 \times 10^{-34}\ Joule\text{-}sec$$
$$Z_1 = 1\ ;\ Z_2 = 2\ ;\ m_p = 1.6 \times 10^{-27}\ Kg$$
$$e = 1.6 \times 10^{-19}\ coul\ ;\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9\ nt\,m^2/coul^2$$

und die Definitionen

$$V_Z = \text{Zentrifugalterm} = \hbar^2 l(l+1)/2\mu r^2 \quad \ldots \quad (30.a)$$
$$V_C = \text{Coulombterm} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} \quad \ldots \quad (30.b)$$
$$V_C/V_Z = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{5 m_p}{3\hbar^2} r \quad \ldots \quad (30.c)$$

erhalten wir die in Tabelle (11) dargestellten Größen. Aus ihr kann man den Verlauf von V_Z, V_C, die Barrierenhöhe V_B und das Verhältnis V_C/V_Z in Abhängigkeit vom Radius ersehen

r(fm)	V_z	V_c	$V_B = V_z + V_c$	V_c/V_z
0.5	199.534	5.752	205.290	0.0288
1.0	49.883	2.876	52.759	0.0577
1.2	34.641	2.397	37.038	0.0692
1.5	22.170	1.918	24.088	0.0865
2.0	12.470	1.438	13.906	0.1153
2.5	7.980	1.151	9.131	0.1442
2.7	6.843	1.065	7.908	0.1557
3.0	5.543	0.959	6.501	0.1730
3.5	4.072	0.822	4.894	0.2018

Tabelle 11

Aus der letzten Tabelle kann man sofort sehen, daß nur zwischen 0.5fm und 1.5 fm die Coulombkraft gegenüber der Zentrifugalkraft ist.

Dies legt zur Auswahl des Kanalradius nahe: 0.8 fm $\leq r \leq$ 2.5 f

Für eine andere Abschätzung der Kanalradien benützen wir Glgn. (24) und (25).

$$\frac{\ell(\ell+1)}{r_0^2} + \frac{2\mu z_1 z_2}{\hbar^2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0} - \frac{2\mu E}{\hbar^2} = 0 \qquad (31)$$

wir bekommen $r_0^2 - pr_0 - q = 0$; wobei $p = \frac{z_1 z_2}{E}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}$ und $q = \frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu E}$ ist.

Gleichung (31) hat die Lösungen

$$r_0 = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} + q} = \frac{z_1 z_2}{2E}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[1 + \left(\frac{2E}{z_1 z_2}\frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\right)^2 \frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu E}\right]^{1/2} \qquad (32$$

für $\mu = (5/6)m_p$ und $\ell = 1$

$$r_0 = \frac{1.1382}{E_n} \pm \left(\frac{2.06812}{E_n^2} + \frac{1.9885}{E_n}\right)^{1/2} \text{fm} \qquad (33)$$

wobei die Energie E_n in MeV ist.

In Tabelle (12) haben wir verschiedene r_0 -Werte in Abhängigkeit von E aufgetragen

E_n	r_0
1	4.09
2	2.45
3	1.85
4	1.53
5	1.32
6	1.18
7	1.07
8	0.99
9	0.92
10	0.86
11	0.82
12	0.77

Tabelle 12

Aus der oberen Tabelle sieht man, daß man, wenn man innerhalb der Resonanzenergie bleiben möchte, Radien im Bereich

$$0.8\,\text{fm} \leq r \leq 1.5\,\text{fm}$$

auswählen muß.Vergleich man diesen letzten Bereich mit dem aus Glg. (30.c),so erhält man für die Energie im Schwerpunktsystem

$$2\ \text{MeV} \leq E_{cm} \leq 11\ \text{MeV}$$

Um den entsprechenden η-Wert zu finden,wenden wir Glg. (22) an,die wir zunächst umformen

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2}{\hbar v}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} Z_1 Z_2 \sqrt{\frac{\mu}{2E}} \qquad \text{da} \quad v = \sqrt{\frac{2E}{\mu}}$$

für $\mu = (5/6)m_p$ $\eta = 0.287972/\sqrt{E}$ (34)

Eine weitere Größe,die wir benötigen ist die Wellenzahl K im Kanal, $K = \sqrt{2\mu}/\hbar^2$ für $\mu = (5/6)m_p$ $K = 0.141584\sqrt{E_n}$

Von allen diesen Größen werden wir in einem Computerprogramm Gebrauch machen,das die Wirkungsquerschnitte berechnet.

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz γ_0-[411].

Theoretische Betrachtung.

Unter Berücksichtigung der oben angestellten Überlegungen bezüglich des Kanalradius und Resonanzenergien berechnen wir jetzt Wirkungsquerschnitte.

Unsere Ergebnise sind für $\sigma_{max} = g(S,J)\pi\lambda^2 4\,\Gamma_{rad}\Gamma_t/\left(\Gamma_{rad} + \Gamma_t\right)^2$ und $\Gamma_{rad} = 68.34$ KeV mit verschiedene D- Werten auf Abbildung (5) bis (16) aufgetragen.Die entsprechenden Teilchenbreiten sind aus Abbildung (8) bis (10) zu ersehen.

Die Kurven in Abbildung (5) bis (7) sind für D-Werte

$1\ \text{MeV} \leq D \leq 4\ \text{MeV}$ und zeigen geringe Sättigung.

Für D-Werte mit $1/2 \leq D \leq 2$ MeV ist das Plateau breiter,d.h. hier könnte man von einem beinahe radiusunabhängigen Wirkungsquerschnitte sprechen.

Bei den entsprechenden Teilchenbreitenkurven Γ_t,sowohl für $1/2\ \text{MeV} \leq D \leq 2\ \text{MeV}$ wie auch für $1\ \text{MeV} \leq D \leq 4\ \text{MeV}$ existiert keine Sättigung,da diese Größe mit zunehmendem Radius auch anwächst.

Man sieht,daß es mittels der Berechnungen nach dem Zwischenkernmodell nicht möglich ist,für unsere Reaktion

$$^6\text{Li} + \gamma \longrightarrow {}^6\text{Li}^*([411]) \longrightarrow {}^5\text{He} + p \longrightarrow {}^4\text{He} + n + p$$

einen bestimmten und eindeutigen Kanalradiusbereich zuzuordnen; die Reaktion und ihre wichtigen Größen, wie Wirkungsquerschnitte und Teilchenbreiten, bleibt stark radiusabhängig.
Das bedeutet: Ein Zwischenkernansatz ist für die Beschreibung dieser Resonanzentypen nicht geeignet.
Daher sollte zu anderen Modellen übergegangen werden, um zu sehen ob eine bessere Beschreibung möglich ist.

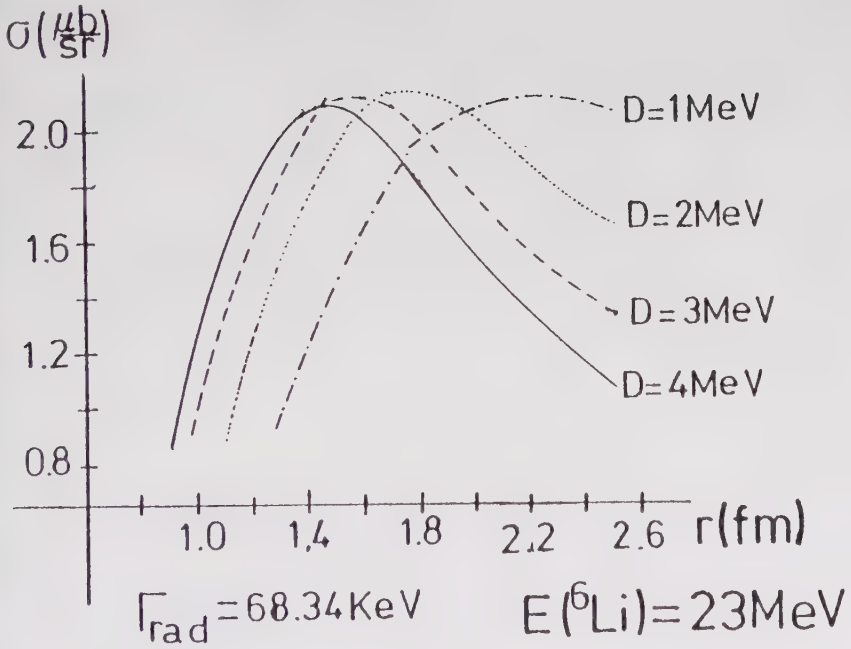


Abb. 5

Wirkungsquerschnitte für χ_0 - [411] Resonanz

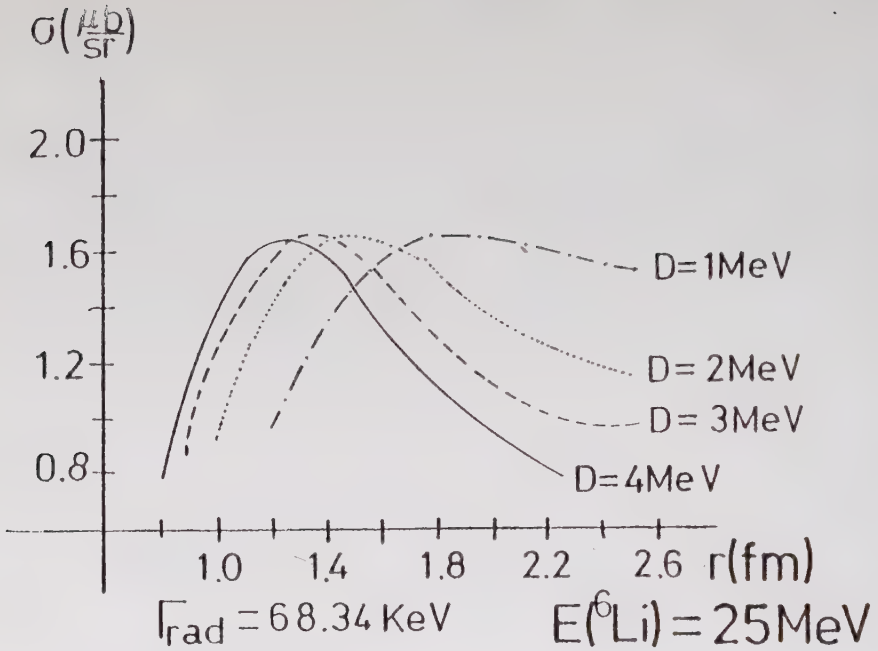


Abb. 6

Wirkungsquerschnitte für γ_0 - [411] Resonanz

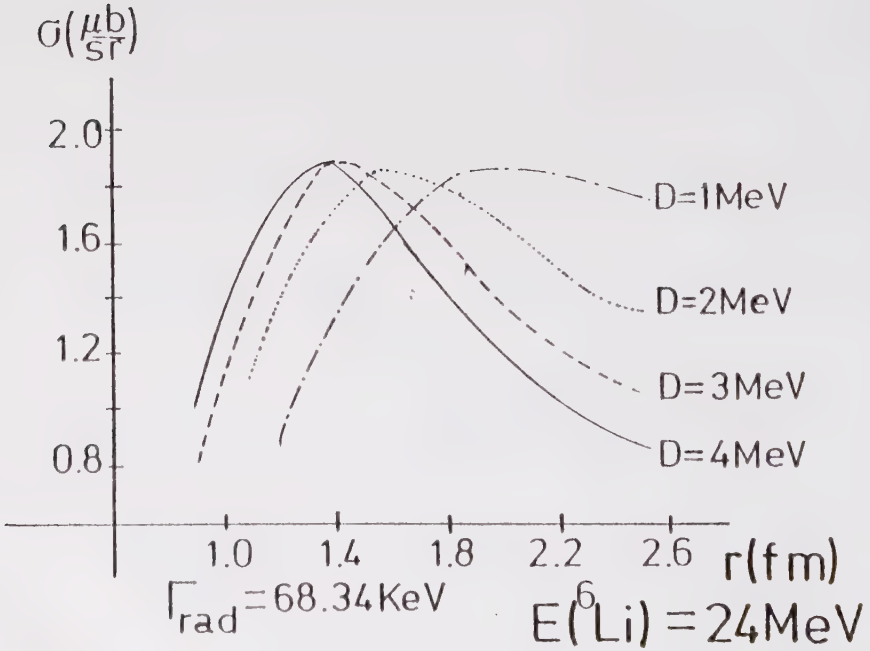


Abb. 7

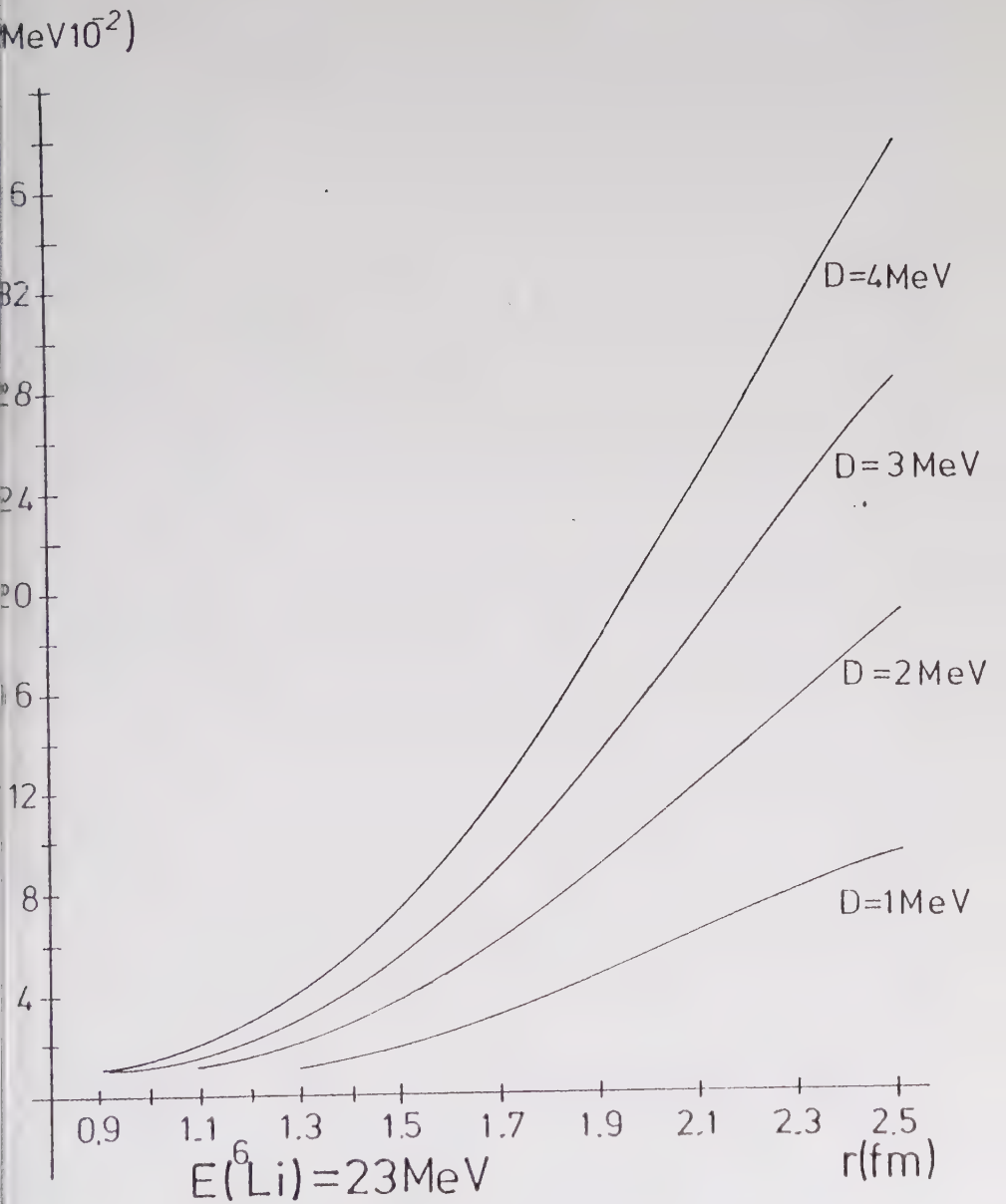


Abb. 8

Teilchenbreiten für $\frac{1}{2}^{-}$ - [411] Resonanz

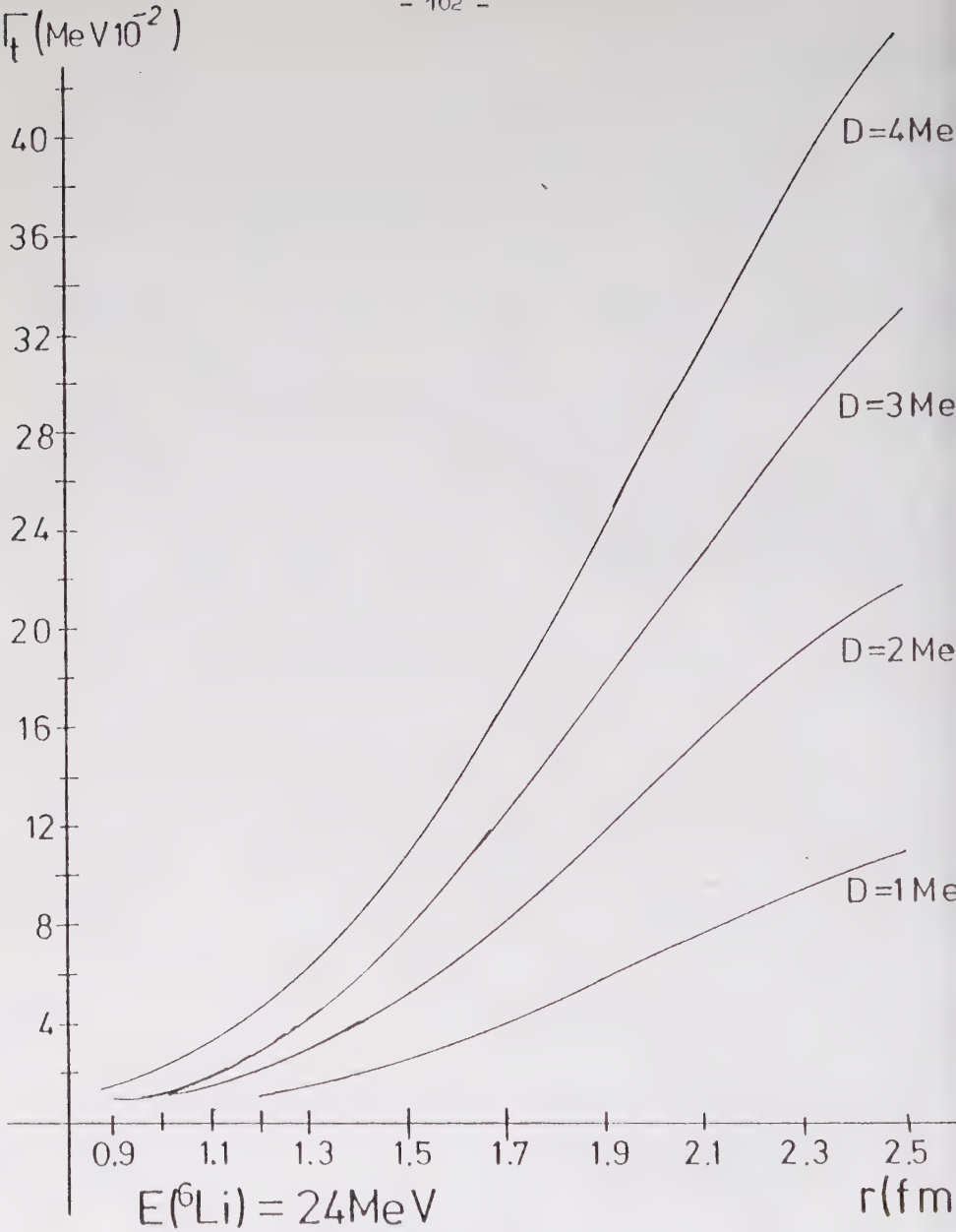


Abb.9

Teilchenbreiten für γ_c - [411] Resonanz

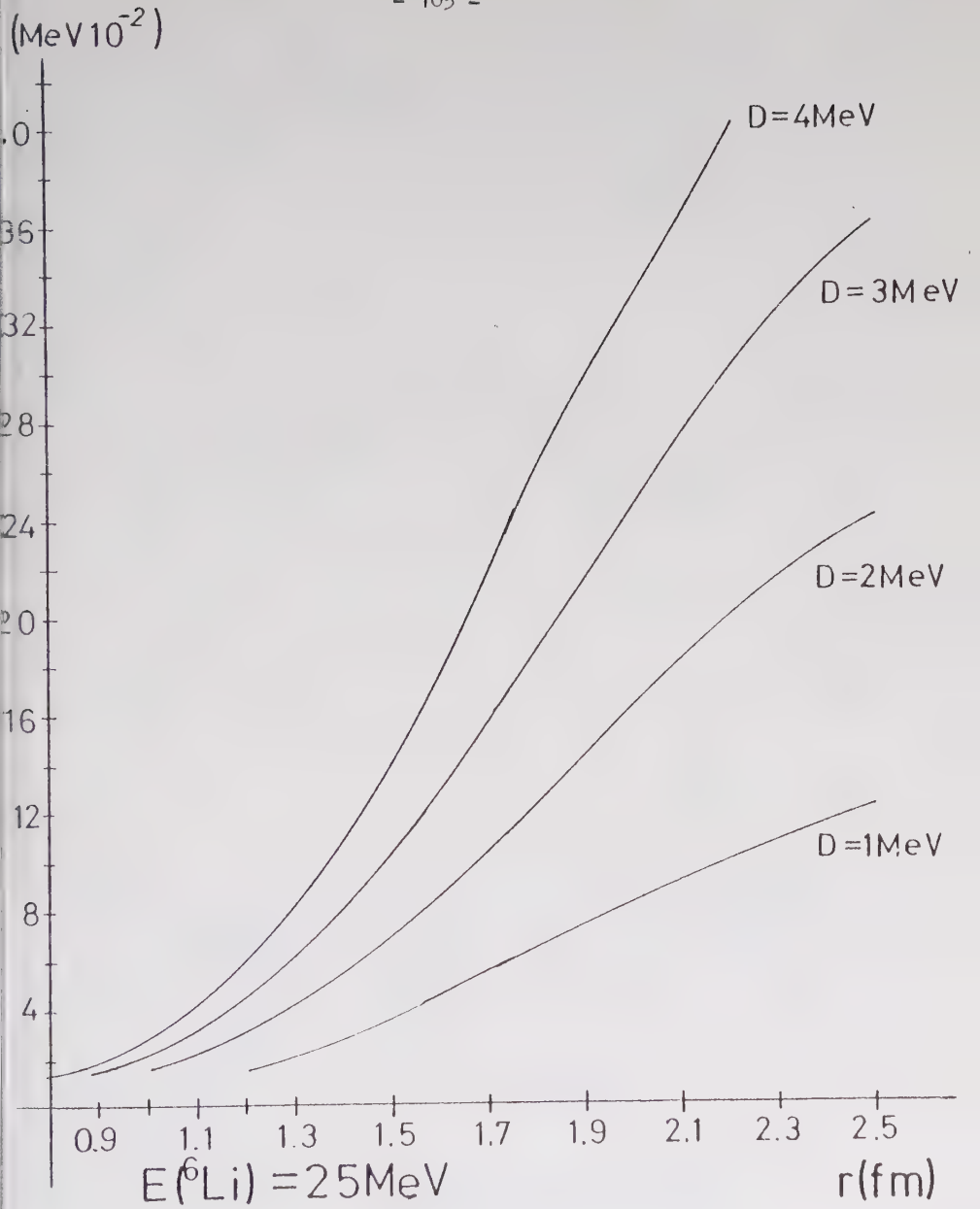


Abb.10

Teilchenbreiten für χ_c - [411] Resonanz

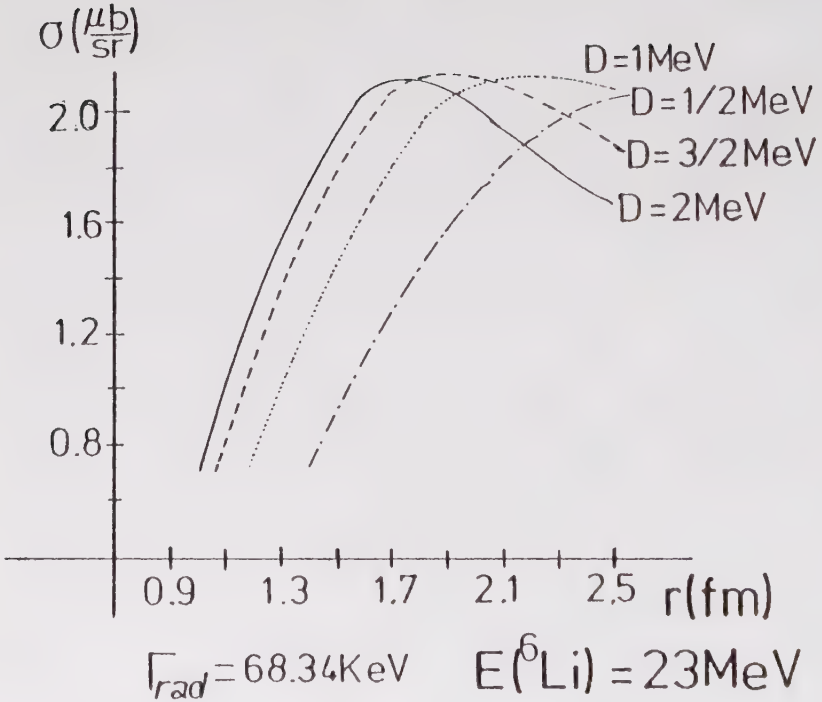


Abb. 11

Wirkungsquerschnitte für γ_0 - [411] Resonanz

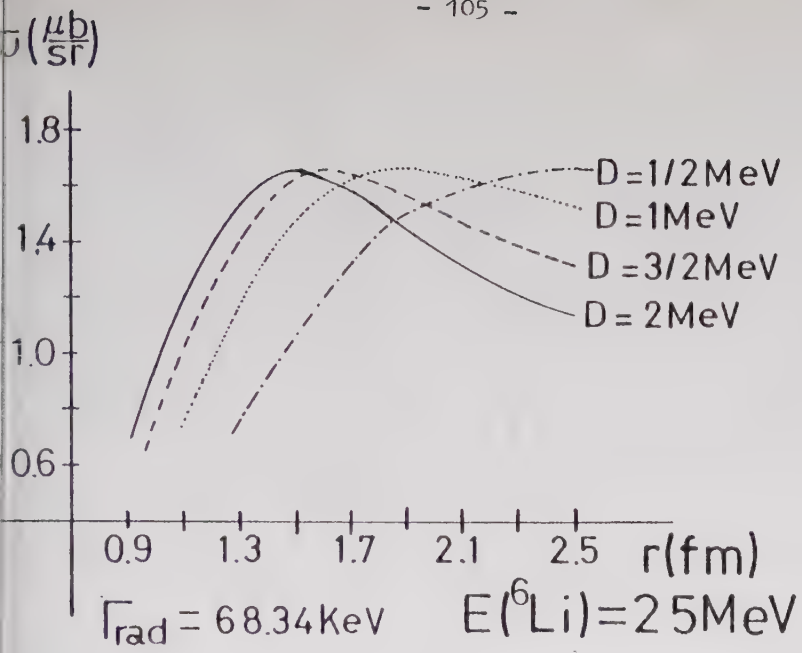


Abb.12

Wirkungsquerschnitte für γ_0 - [411] Resonanz

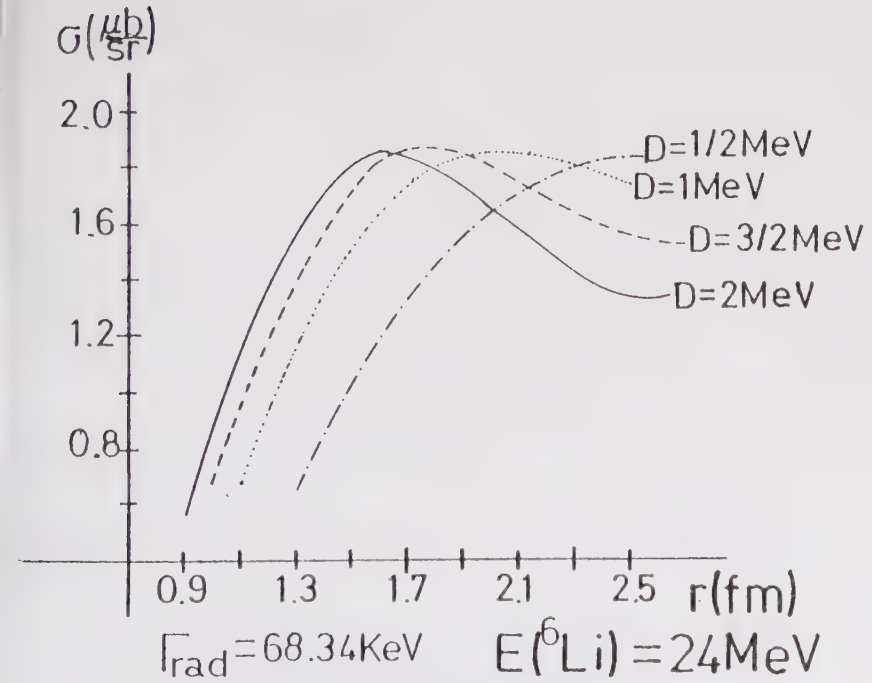


Abb.13

Wirkungsquerschnitte für γ_1 - [411] Resonanz

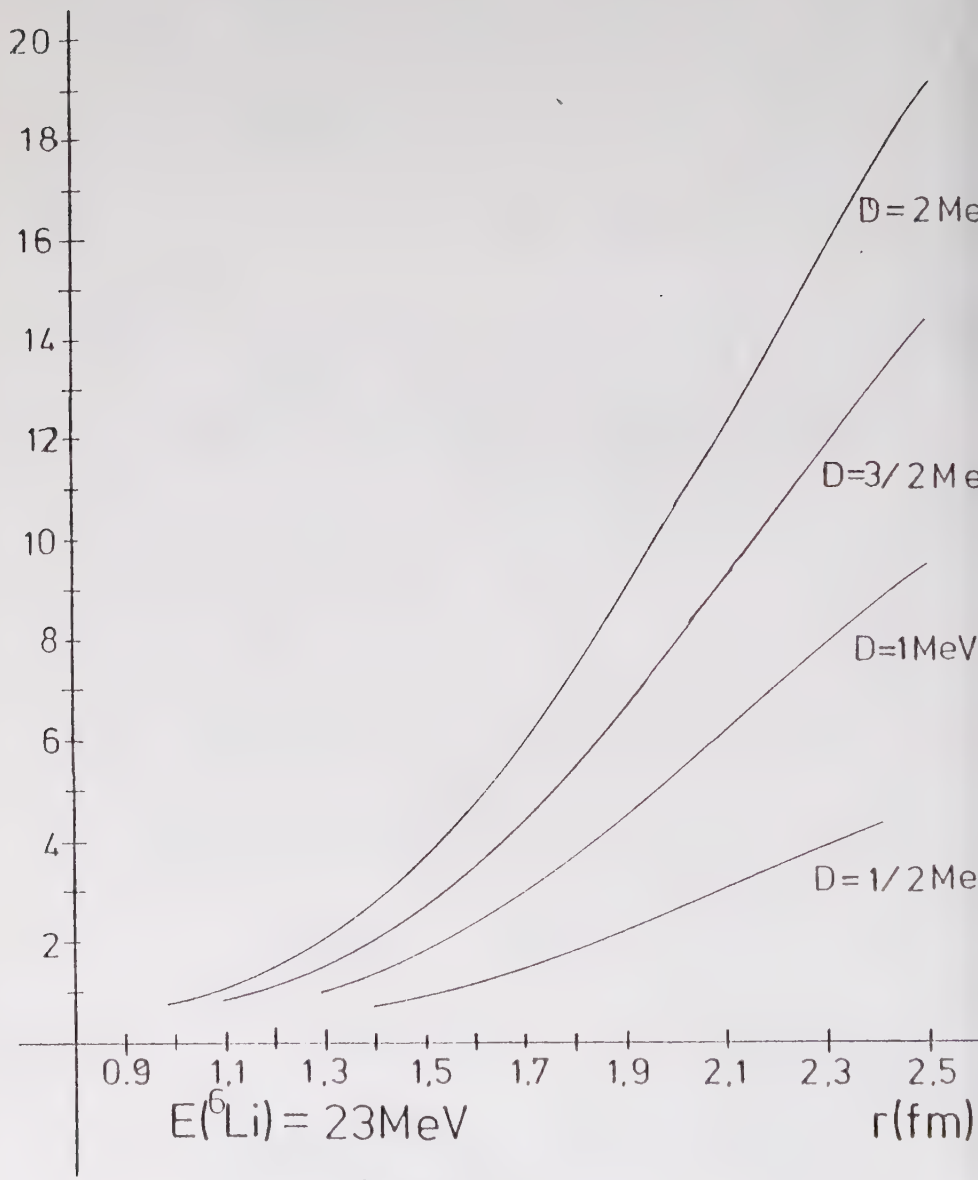


Abb.14

Teilchenbreiten für ℓ - [411] Resonanz

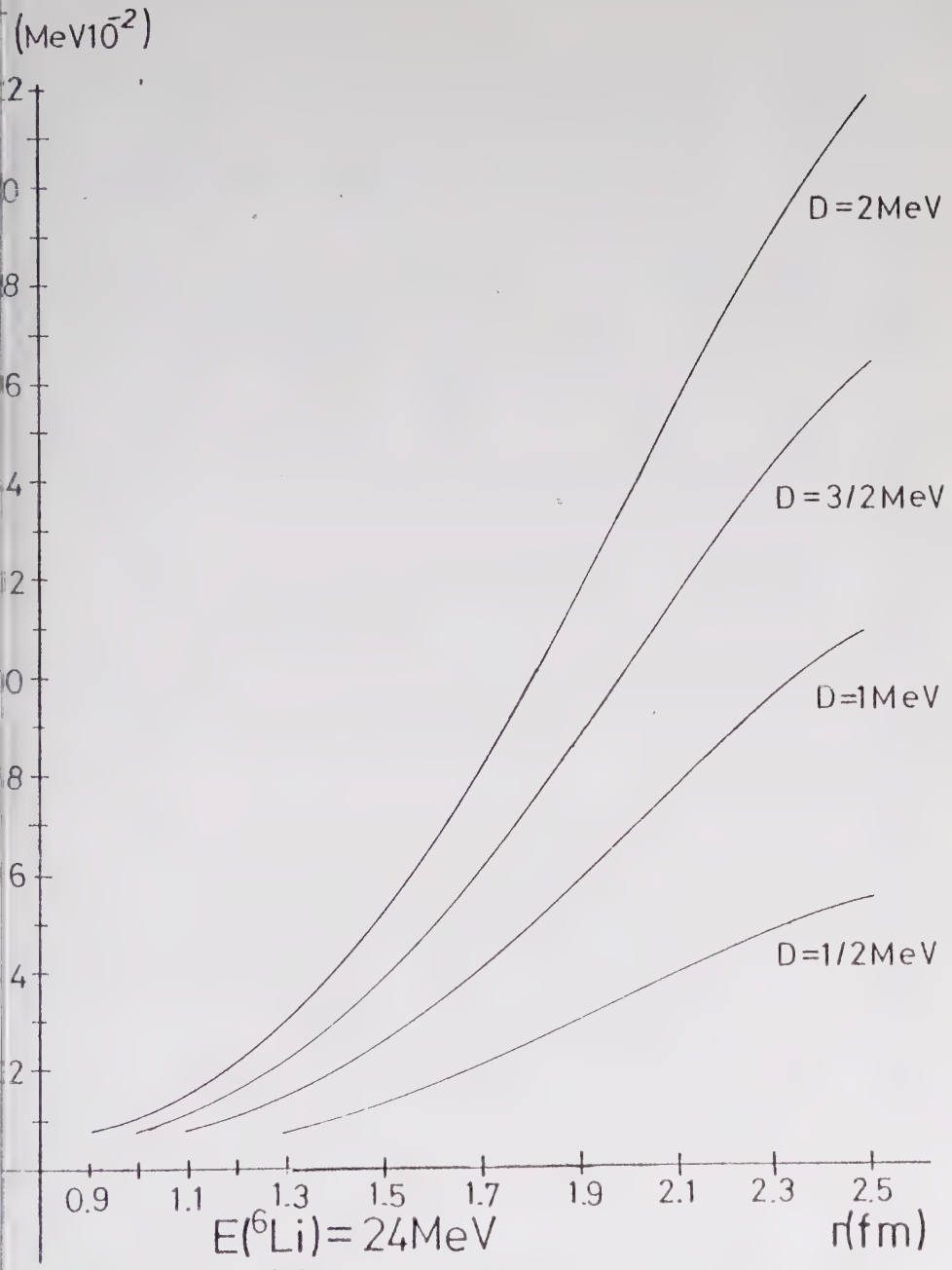


Abb.15 Teilchenbreiten für $\ell = [411]$ Resonanz

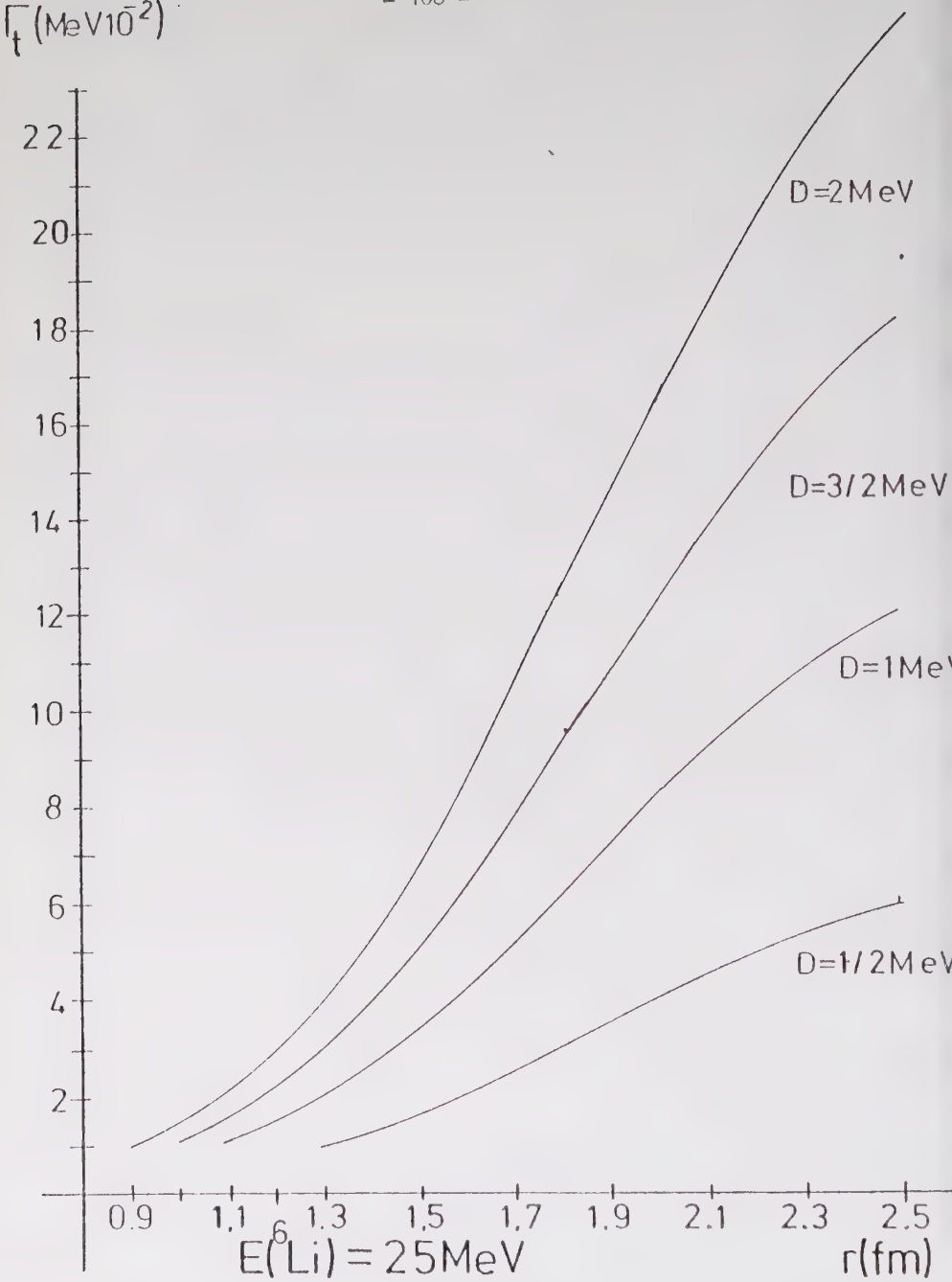

Γ_t (MeV10^{-2})
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
D=2MeV
D=3/2MeV
D=1MeV
D=1/2MeV
0.9
1.1
1.3
1.5
1.7
1.9
2.1
2.3
2.5
r(fm)
E(^{6}Li) = 25MeV

Abb.16

b) Parameter Berechnung für die Resonanz γ_c $11[33]11 \longrightarrow 10[42]01$ bei $E(^6Li) = 23$ MeV.

Jetzt wollen wir die Reaktion (Siehe Glg.(16))

$$^6Li + \gamma_c \longrightarrow {}^6\dot{L}i([33]) \longrightarrow {}^3H + {}^3He$$

betrachten.

Wir gehen, wie im letzten Abschnitt (a) bei der $\gamma_c - [411]$ Resonanz vor. Für die $\gamma_c - [33]$ Resonanz müssen wir nur die reduzierte Masse μ in der Glg. (32) ändern.

$$\mu = \frac{m_{^3He}\, m_{^3H}}{m_{^3He} + m_{^3H}} = \frac{3}{2} m_p$$

und bekommen die Ausdrücke

$$V_z = \frac{2\hbar^2}{3m_p r^2} \qquad (35a) \quad \text{für den Zentrifugalterm}$$

$$V_c = \frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad (35b) \quad \text{für den Coulombterm}$$

$$V_c/V_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3m_p}{\hbar^2} r \qquad (35c)$$

Die Ergebnise für $V_B = V_z + V_c$ und das Verhältniss V_c/V_z sind in der unteren Tabelle aufgetragen

r	V_z	V_c	$V_B = V_z + V_c$	V_c/V_z
0.5	110.85	5.752	116.604	0.0519
1.0	27.713	2.876	30.589	0.1038
1.3	16.398	2.213	18.611	0.1349
1.5	12.317	1.918	14.234	0.1557
2.0	6.928	1.438	8.366	0.2076
2.5	4.434	1.151	5.585	0.2595
2.7	3.802	1.065	4.867	0.2802
3.0	3.079	0.959	4.038	0.3117
3.5	2.262	0.822	3.084	0.3633

Tabelle 13

Aus der letzten Tabelle kann man ersehen,daß innerhalb des Radienbereichs die Zentrifugal- und CoulombKraft fast von gleicher Größenordnung sind,d.h. man darf die Coulombeffekte den Zentrifugaleffekten gegenüber nicht vernachlässigen.Diese Tatsache zeigt ihre Wirkungen bei der Kanalradiusauswahl,wenn wir r im Bereich $1.0 \text{ fm} \leq r \leq 3.5 \text{ fm}$ wählen
Für andere Kanalradiusabschätzung verwenden wir Glg. (32) mit

$$\mu = (3/2)m_p \qquad r_c = \frac{1.4382}{E_m} \pm \left[\left(\frac{1.4382}{E_m}\right)^2 + \frac{27.7138}{E}\right]^{1/2} f_m \qquad (36)$$

Entsprechende r_o-Werte sind in Tabelle enthalten.

E_m	r_o
1	6.89
2	4.51
3	3,56
4	3,02
5	2.66
6	2.40
7	2.21
8	2.05
9	1.92
10	1.81
11	1.72
12	1.64

Tabelle 14

Für den η-Wert wenden wir (22) direkt an, $\mu = (3/2)m_p$

$$\eta = \frac{\sqrt{3 m_p}}{\hbar} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{E}} = 0.386355 \frac{1}{\sqrt{E_m}} \qquad (37)$$

Ihre Wellenzahl im Kanal beträgt $K = 0.268537 \sqrt{E_n}$ (38)
Aus Tabelle (14) sieht man,daß man die Radien im Bereich $1.8 \text{ fm} \leq r \leq 3.5 \text{ fm}$ wählen muß,wenn man innerhalb der Resonanzenergie bleiben will.
Vergleich man diesen letzten Bereich mit dem aus Glg. (35c),so erhält man für die Energie im Schwerpunktsystem

$$3 \text{ MeV} \leq E_{cm} \leq 10 \text{ MeV}$$

Um Wirkungsquerschnitte bzw. Teilchenbreiten zu berechnen,machen wir von den letzten Gleichungen in einem Computerprogramm Gebrauch.

Unsere Ergebnise sind für $\sigma_{max} = g(S,J)\pi\lambda^2 4\Gamma_{rad}\Gamma_t/(\Gamma_{rad}+\Gamma_t)^2$

$\Gamma_{rad} = 1165.1$ eV und verschiedene D-Werte im Bereich

1 MeV $\leq$ D $\leq$ 4 MeV in Abbildung (17) bis (19) dargestellt.Wir haben auch $<\sigma>$ und $<\Gamma_t>$ in den Tabelle (17) bis (22) aufgelistet.

Die obigen Tabellen und Abbildungen dargestellte Resonanzen lassen sowohl für σ wie auch für Γ_t eine physikalische Interpretation zu.

Beide Größen sind ab r_{min} radiusunabhängig,d.h. ist der Parameter D vorgegeben,so kann man einen bestimmten Wirkungsquerschnitt σ und eine bestimmte Teilchenbreite Γ_t zuordnen,Größen die mit zunehmendem Radius unverändert bleiben.

r_{min} gibt an ab welchem Radius die Resonanz auftritt

Man kann auch sehen,daß die Abweichungen von σ und Γ_t ab r_{min} gering bleiben.

Verhältnis zwischen σ_{ph} und σ_ε .

Um eine Auswertung in Bezug auf experimentelle Ergebnisse durch zuführen,müssen wir nicht nur die Photospaltungsreaktion

$$^6Li + \gamma \longrightarrow {}^3He + {}^3H$$

sondern auch die Einfangsreaktion

$$^3He + {}^3H \longrightarrow {}^6Li + \gamma$$

behandeln.

Da wir im Computer die erste Reaktion simulieren,brauchen wir eine Beziehung zwischen σ_{ph} und σ_ε

Die nötige Gleichung bekommen wir aus BL 52

$$d\sigma_{ph} = \left(\frac{k_p}{lc}\right)^2 d\sigma_\varepsilon \qquad (39)$$

wobei k_p = Kinetische Energie des auslaufendes Teilchens

lc = Strahlungsenergie der γ-Quanten sind.

Mit den Beziehungen

$$\hbar k_p = \sqrt{2\mu E_p} \quad ; \quad \hbar lc = E/c$$

$$\mu = \frac{m_{^3H}\, m_{^3He}}{m_{^3H} + m_{^3He}} = \frac{3}{2} m_p$$

und Glg. (39) bekommt man

$$\left(\frac{K_p}{K}\right)^2 = 2\mu c^2 \frac{E_p}{E^2} = 2.8109 \times 10^3 \frac{E_{pn}}{E_n^2} \qquad (40)$$

wobei E_{pn} , E_n in MeV sind.

Werte für $(K_p/K)^2$ mit verschiedene E_{pn} und E_n in Tabelle (15) aufgeführt.

$(K_p/K)^2$	$E_n = 22$ MeV	$E_n = 23$ MeV	$E_n = 24$ MeV
$E_{pn} = 8$ MeV	46.46	42.51	39.04
$E_{pn} = 7$ MeV	40.65	37.20	34.16
$E_{pn} = 6$ MeV	34.85	31.88	29.28

Tabelle 15

Jetzt können wir mit den experimentellen Werten vergleichen.

Experimentelle Wirkungsquerschnitte.

Die experimentelle Daten,die gegenwärtig zur Verfügung stehen, sind die von VE 71 ,VE 73, und MU 70.Wir haben sie in Abbildung (23) bis Abbildung (24) aufgetragen.

Abbildung (23) entspricht einem Strahlungseinfang und Abbildung (24) einer Photospaltung.Die direkte Einfangsreaktion ist von VE 71 und VE 73 berechnet worden in Übereinstimmung mit dem Experiment.Die Berechnung ist allerdings mit einer nicht symmetrisierten Funktion durchgeführt worden und berücksichtigt nicht die Polarisation des Teilchens.

Auf dieser Kurve sind kaum Resonanzen zu sehen.

Die Kurve von MU 70,auf Abbildung (24),zeigt zwar Maxima,allerdings machen die experimentellen Fenler die Zuordnung diese Spitze zu Resonanzen fraglich.

Außerdem müßte berücksichtigt werden,daß man in diesem Energiebereich über der Schwelle der [321] Struktur ist,da sie bei 22 MeV liegt.

Auf diese Weise könnte man Phototritonen bzw. Photoalphas aus den Reaktionen

$$^{6}Li + \gamma \longrightarrow {}^{3}He + d + n$$

$$^{6}Li + \gamma \longrightarrow {}^{3}H + d + p$$

bekommen (Siehe AJ 79),

Mehr noch,in diesem Experiment sind nur geladene Teilchen nachgewiesen worden.Angaben über ihre Polarisation und Spin gibt es allerdings nicht.

Dieser Sachverhalt erschwert die Auswertung unserer Berechnung. Die gemessenen Wirkungsquerschnitte liegen einen Faktor 10 höher und Teilchen bzw. Gesamtbreiten treten nicht auf,da keine Resonanzkurve zur Verfügung steht.

Wirkungsquerschnitte und Breiten für die Resonanz $^{11}_{5}B$ [33] 11 ⟶ $^{10}_{4}Be$ [42]

Γ_{rad} = 1165.1 eV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asint}
1	2.20	30.0950 ± 0.2001	0.66	29.93
2	2.10	15.1862 ± 0.1382	0.91	15.07
3	2.00	10.1721 ± 0.1219	1.20	10.07
4	1.90	7.6601 ± 0.1236	1.61	7.565

Tabelle 17 E(^{6}Li) = 24 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asint}
1	2.30	34.4845 ± 0.2280	0.66	34.30
2	2.20	17.4017 ± 0.1569	0.90	17.27
3	2.10	11.6569 ± 0.1455	1.25	11.27
4	2.00	8.7819 ± 0.1461	1.66	8.67

Tabelle 18 E(^{6}Li) = 23 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asint}
1	2.30	40.5427 ± 0.4196	1.01	40.19
2	2.10	20.3770 ± 0.1529	0.75	20.25
3	2.30	13.6491 ± 0.1427	1.05	13.53
4	2.20	10.2792 ± 0.1451	1.40	10.17

Tabelle 19 E(^{6}Li) = 22 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	2.20	0.15774 ± 0.00105	0.66	0.15877
2	2.10	0.31497 ± 0.00283	0.90	0.31613
3	2.00	0.47141 ± 0.00564	1.20	0.47257
4	1.90	0.62677 ± 0.00995	1.59	0.62791

Tabelle 20 E(^{6}Li) = 24 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	2.30	0.15735 ± 0.00106	0.68	0.15851
2	2.20	0.31408 ± 0.00286	0.91	0.31525
3	2.10	0.47003 ± 0.00575	1.22	0.47120
4	2.00	0.62481 ± 0.01022	1.64	0.62597

Tabelle 21 E(^{6}Li) = 23 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	2.30	0.15736 ± 0.00017	0.11	0.15853
2	2.10	0.31296 ± 0.00237	0.76	0.31413
3	2.30	0.46835 ± 0.00185	1.04	0.46951
4	2.20	0.62268 ± 0.00873	1.40	0.62384

Tabelle 22 E(^{6}Li) = 22 MeV

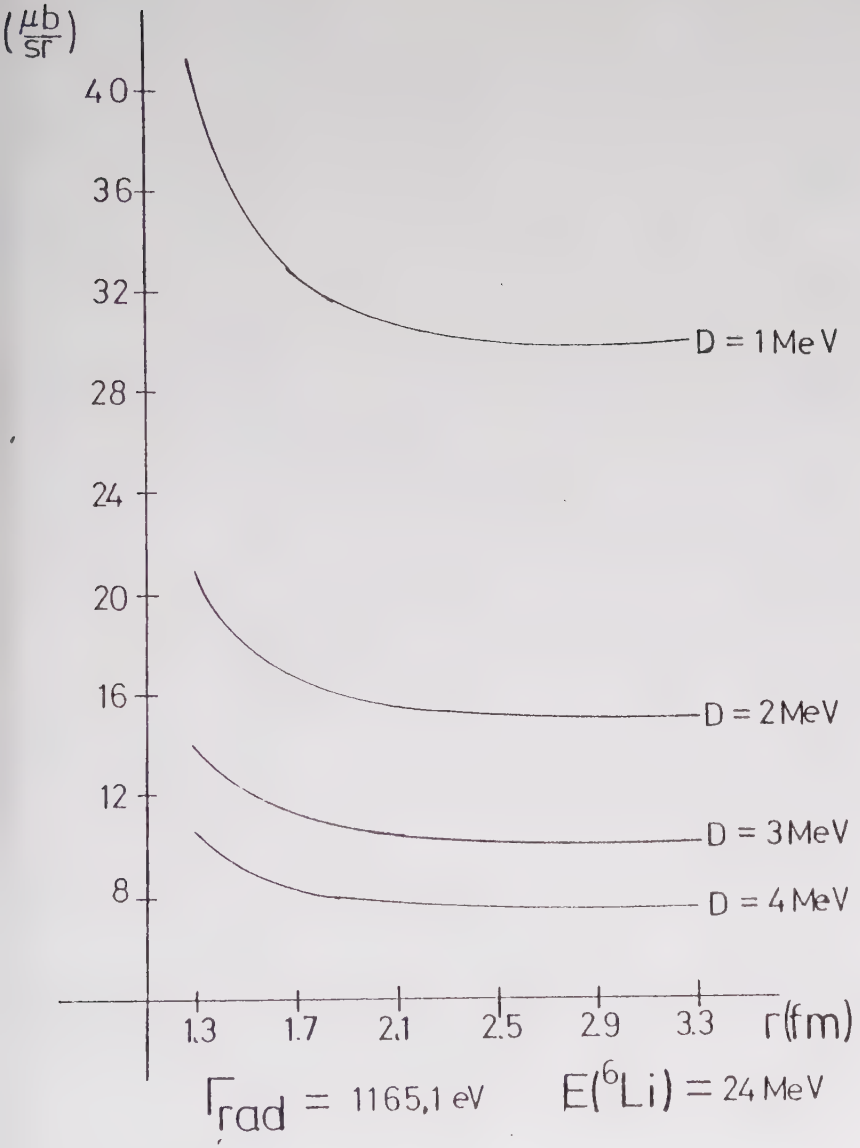


Abb.17 Wirkungsquerschnitte für γ_0 -[33]Resonanz

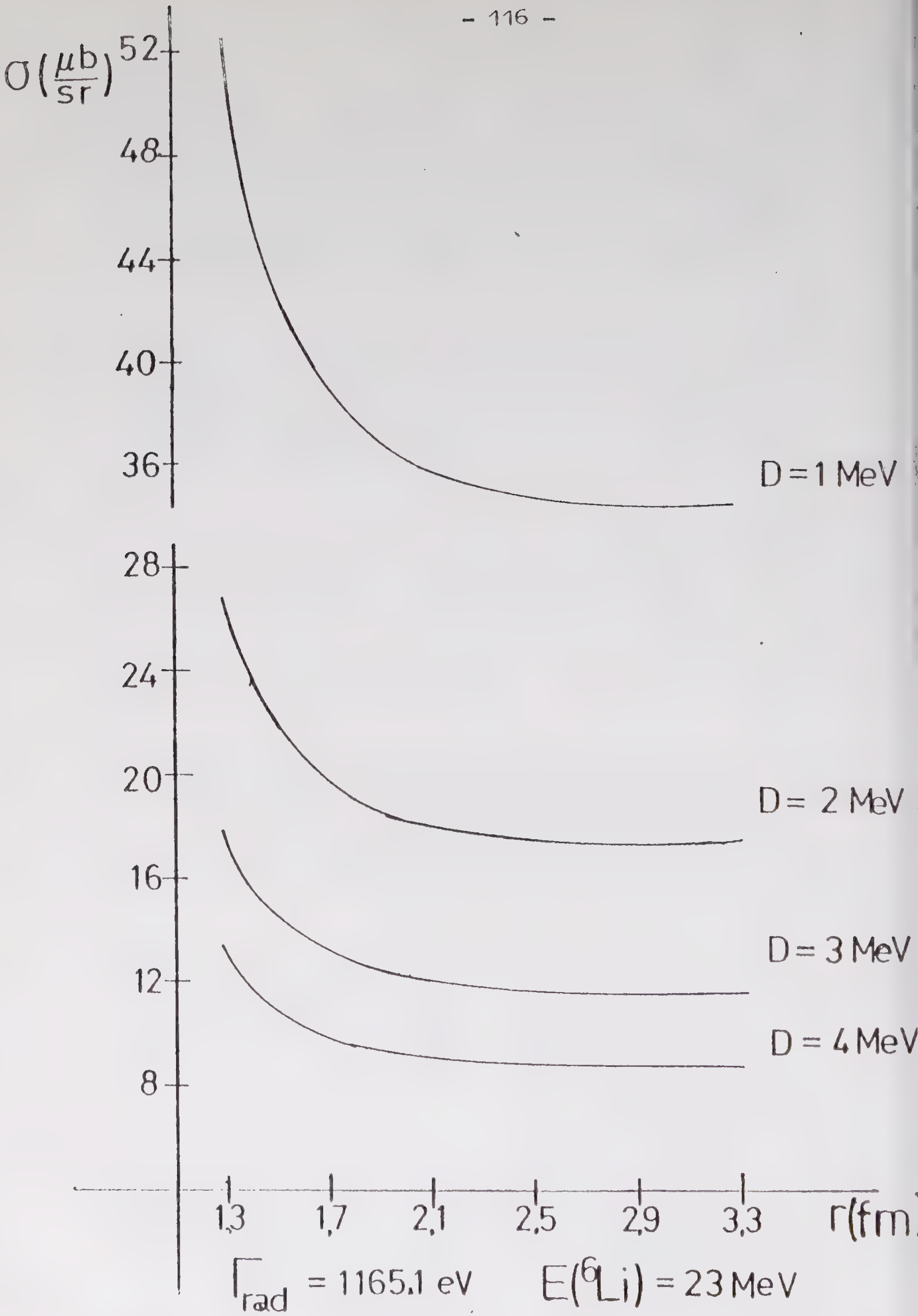


Abb.18 Wirkungsquerschnitte für γ_0 -[33] Resonanz

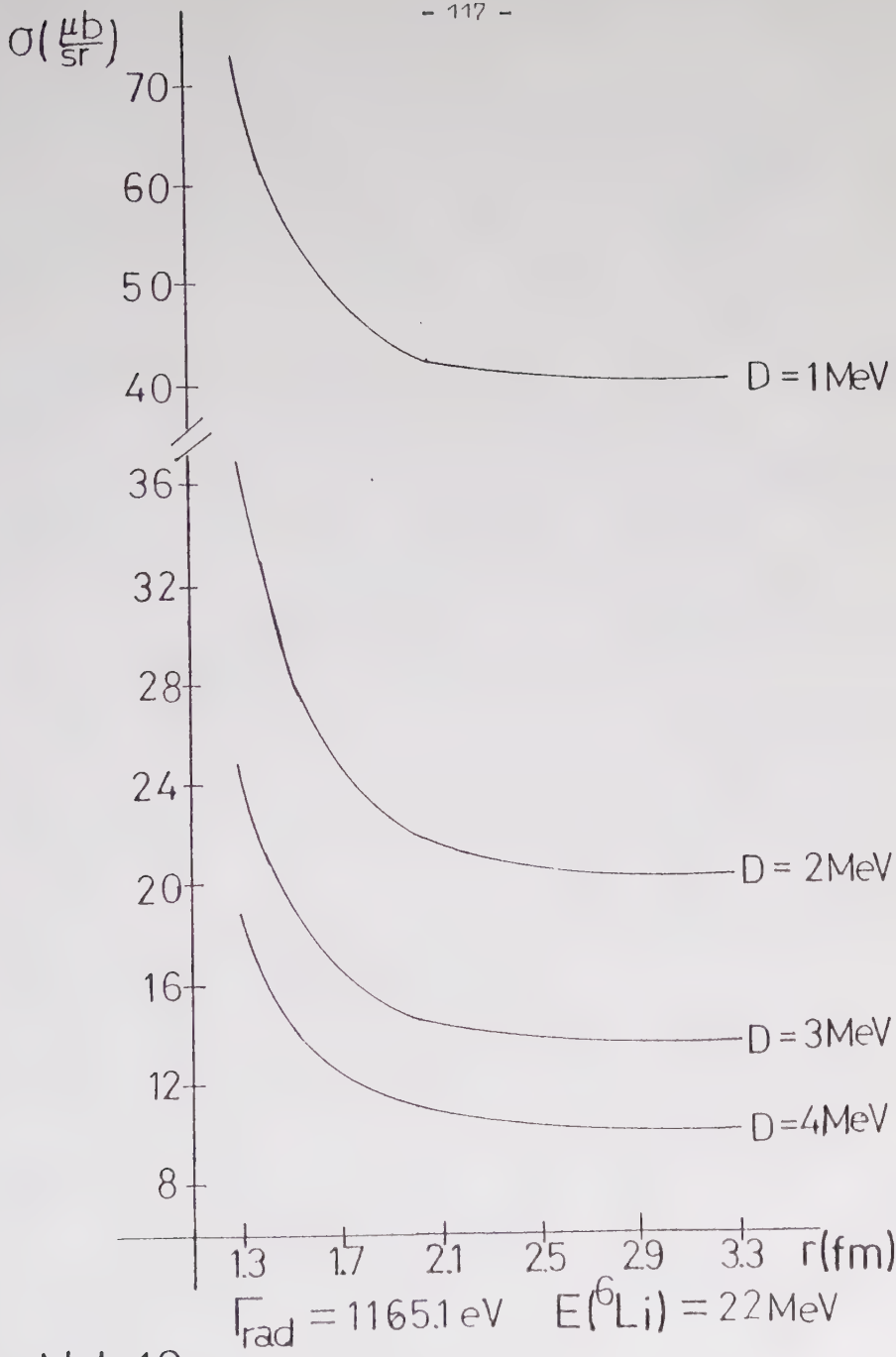


Abb.19 Wirkungsquerschnitte für γ_0 - [33] Resonanz

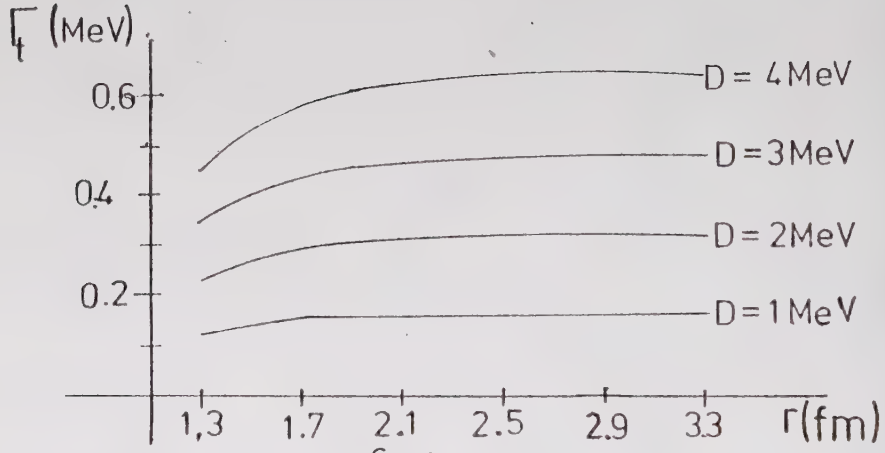
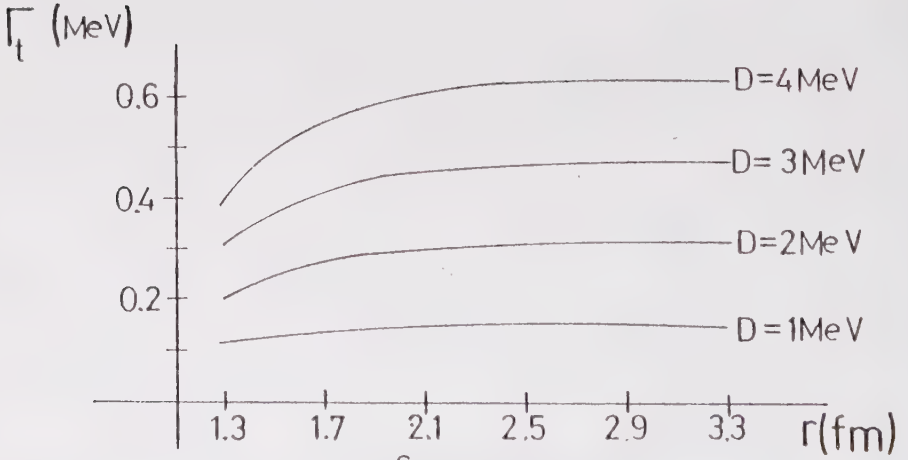


Abb.20 $E(^6Li) = 24\,MeV$

Teilchenbreiten $\frac{1}{2}^+ - [33]$ Resonanz



$E(^6Li) = 23\,MeV$

Abb.21

Teilchenbreiten für $\frac{1}{2}^+ - [33]$ Resonanz

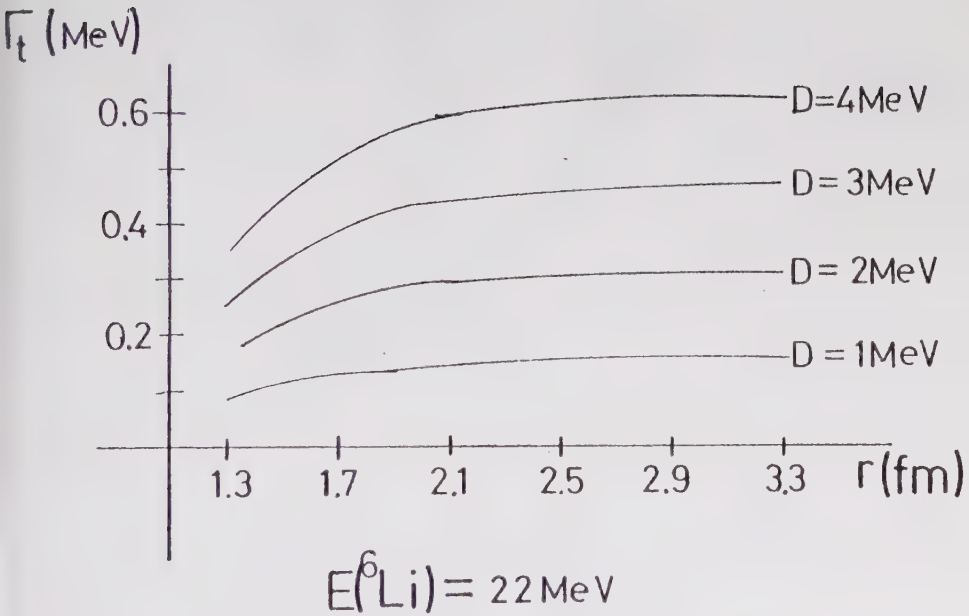


Abb.22

Teilchenbreiten für $\frac{1}{2}^-$-[33] Resonanz

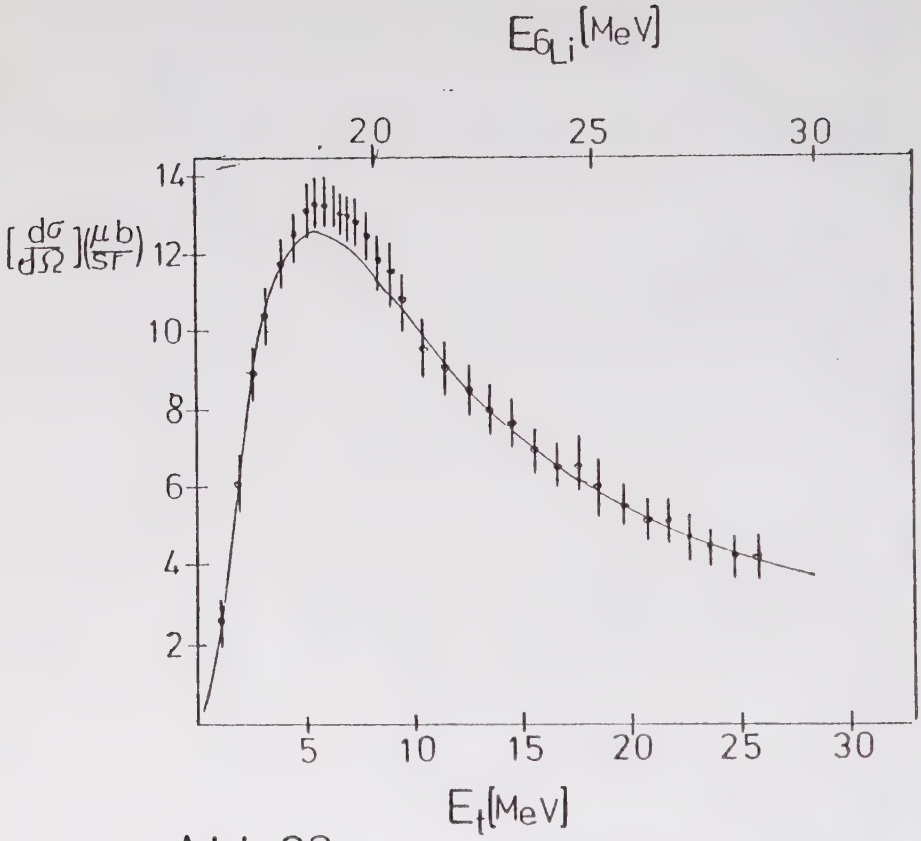


Abb.23

Experimentelle Wirkungsquerschnitte für die γ_0 -Übergang im ^{6}Li Kern nach der Photoeinfangreaktion ^{3}H(^{3}He, γ)^{6}Li aus Ventura et. al. VE 73

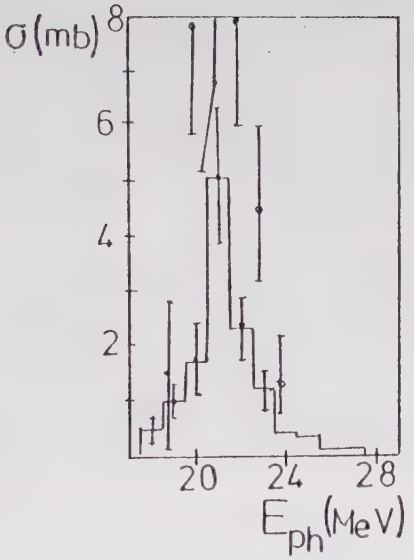


Abb. 24 Experimetelle Wirkungsquerschnitte für die Photospaltungreaktion $^{6}Li(\gamma,{}^{3}H)^{3}He$ aus Murakami A. MU 70

c) Parameter Berechnung für die Resonanzen γ_1 $J1[33]31 \longrightarrow 30[42]21$
$J = 4^-, 3^-, 2^-$.

Wir wollen zuerst die Parameter für alle γ_1-Resonanzen berechnen. Danach werden wir die einzelnen Zustände für ihre Resonanzenergie E(^{6}Li) betrachten.

Wie in der vorigen γ_c-[33] Resonanz werden wir die Reaktion

$$^6\text{Li} + \gamma \longrightarrow {}^6\text{Li}^*([33]) \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^3\text{He}$$

behandeln.

Für V_B ist jetzt in Glg. (18') $\ell = 3$, $\mu = (3/2)m_p$ zu setzen und wir bekommen damit die Ausdrücke

$$V_z = \frac{4\hbar^2}{M m_p r^2} \qquad (41.a) \text{ für den Zentrifugalterm}$$

$$V_c = \frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad (41.b) \text{für den Coulombterm}$$

$$V_c/V_z = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{M m_p}{2\hbar^2}\, r \qquad (41.c)$$

Die Ergebnisse für $V_B = V_Z + V_C$ und das Verhältniss V_Z/V_C sind auf der unteren Tabelle aufgetragen

r	V_z	V_c	$V_B = V_z + V_c$	V_c/V_z
0.5	665.117	5.752	670.869	0.0086
1.0	166.278	2.873	169.151	0.0173
1.5	73.901	1.918	75.819	0.0259
2.0	41.570	1.438	43.008	0.0346
2.5	26.605	1.151	27.756	0.0432
2.7	22.809	1.065	23.874	0.0467
3.0	18.475	0.959	19.434	0.0519
3.5	13.574	0.822	14.396	0.0605
4.0	10.392	0.719	11.111	0.0692
4.5	8.211	0.639	8.850	0.0778
5.0	6.651	0.575	7.226	0.0865
5.5	5.497	0.523	6.020	0.0951

Tabelle 23

Aus der lezten Tabelle kann man sehen,daß - unabhängig vor Radius- die Zentrifugalkraft gegenüber der Coulombkraft vorherrschend bleibt,d.h. in Fall der γ_1-[33]Resonanzen können wir die Coulomb-effekte den Zentrifugaleffekten gegenüber vernachlässigen. Für die Radiusabschätzung muß man $\ell = 3$ und $\mu = (3/2)m_p$ in Glg. (32) setzen und erhält man damit

$$r_0 = \frac{1.4382}{E_M} \pm \left[\left(\frac{1.4382}{E_M}\right)^2 + \frac{166.28317}{E_M}\right]^{1/2} fm \qquad (42)$$

Entsprechende r_0-Werte sind in Tabelle (24) aufgeführt

E	r_0
1	13.41
2	9.86
3	7.91
4	6.82
5	6.06
6	5.51
7	5.08
8	4.72
9	4.46
10	4.22

E	r_0
11	4.02
12	3.84
13	3.69
14	3.55
15	3.43
16	3.31
17	3.21
18	3.12
19	3.03
20	2.95

Tabelle 24

Aus Tabellen (23) und (24) wählen wir die Radien im Bereich

$$3.0 \text{ fm} \leq r \leq 5.5 \text{ fm}$$

Der η-Wert ist derselbe wie im vorigen γ_0-[33]Fall.

$$\eta = 0.386355/\sqrt{E_n} \qquad (43)$$

ebenso wie $K = 0.268637\sqrt{E_n}$ (44)

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz γ_1 $4^{+}1\,[33]\,3^{-}1 \longrightarrow 3^{+}0\,[42]\,2^{+}1$ bei $E(^6Li)$ = 25 MeV.

Theoretische Betrachtung.

Wie in den anderen Fällen haben wir ein Computerprogramm benutzt. Unsere Ergebnise für $\sigma_{max} = g(S,J)\,\pi\lambda^2\,4\,\Gamma_{rad}\Gamma_t/(\Gamma_{rad}+\Gamma_t)^2$ sind in Tabelle (25) bis (42) sowie in Abbildung (25) bis (27) dargestellt.Die Abbildungen zeigen die Wirkungsquerschnitte für Γ_{rad} = 293.7 eV für verschiedene D-Werte innerhalb 1 MeV $\leq$ D $\leq$ 4 MeV und Resonanzenergien $E(^6Li)$ = 24 MeV, 25 MeV, 26 MeV in Abhängigkeit vom Radius.
In Abbildung (28) bis (30) sind die Teilchenbreiten Γ_t in Abhängigkeit vom Radius zu sehen.
Wie im γ_t - [33] Fall können wir auch hier jeden Parameter physikalisch deuten,da sowohl σ wie auch Γ_t ab einem bestimmten r_{min} radiusunabhängig sind.Auf Tabelle (25) bis (42) sieht man auch,daß die Abweichungen von σ und Γ_t ab r_{min} gering bleiben.

Experimentelle Ergebnisse.

Für die Auswertung unserer Ergebnise haben wir die Daten von VE 73 in Abbildung (31) aufgetragen.
Man erkennt sofort die Übereinstimmung zwischen dem berechneten σ und σ' aus Abb. (31).
Die wesentliche Vorteil dieser Kurve liegt darin,daß sie mehr einer Resonanzkurve als eine direkte Einfangskurve gleicht.
Auf diese Weise kann man die berechneten σ mit den experimentellen σ' vergleichen.
Für Γ_{rad} = 293.7 eV; D = 2 MeV; r_{min} = 4.3 fm ; und für alle Resonanzenergien $E(^6Li)$ = 24 MeV,25 MeV,26 MeV, erhält man -in nerhalb der experimentelle Fehler- eine Übereinstimmung der berechneten und der experimentellen Wirkungsquerschnitte.
Dies konnte erreicht werden,weil die Rechnungen für σ innerhalb der Barriere,d.h. im Bereich $r_{min} \leq r \leq 5.5$ fm , durchgeführt werden konnten,da die Barrierenhöhe,aufgrund des hohen Drehimpulses l = 3.immer über der Energie im Schwerpunktsystem E_{cm} liegt.

Übereinstimmung zwischen den berechneten und experimentellen Breiten gibt es allerdings nicht,da man nach dem Experiment ein Gesamtbreite von etwa 4 MeV bekommt und die Berechnungeg nur 0.30 MeV liefern.
Grunde für die Abweichungen in Γ sind die Rechnung mit gebundenen Zustände und der Zwischenkernansatz,da man zunächst Übergänge zum Kontinuum betrachten und dann bessere Reaktionstheorien für die Beschreibung des Zerfalls anwenden müßte.
Dies würde die Teilchenbreite Γ_t wesentlich erhöhen und einen vernünftigen Wert von Γ liefern.
Wirkungsquerschnitte und Teilchen- bzw. Gesamzbreiten für andere Γ_{rad} -Werte,Beispielsweise Γ_{rad} = 337.2 eV und Γ_{rad} = 258.2 eV sind in Tabelle (31) bis (42) zu sehen.

Wirkungsquerschnitte und Breiten für die Resonanz $\frac{1}{2}^{-}\,41[33]31 \longrightarrow \frac{1}{2}^{+}\,30[42]2$

$\Gamma_{\alpha d}$ = 337.2 eV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	$\sigma_{asint.}$
1	4.70	19.6233 ± 0.1735	0.89	19.31
2	4.40	9.8526 ± 0.1501	1.52	9.68
3	4.10	6.6389 ± 0.1657	2.50	6.46
4	4.00	5.0021 ± 0.1474	2.95	4.84

Tabelle 25 E(^{6}Li) = 26 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	$\sigma_{asint.}$
1	4.90	21.4386 ± 0.1549	0.72	21.25
2	4.50	10.8482 ± 0.1692	1.56	10.65
3	4.40	7.2616 ± 0.1362	1.88	7.14
4	4.20	5.4918 ± 0.1457	2.65	5.33

Tabelle 26 E(^{6}Li) = 25 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	$\sigma_{asint.}$
1	5.00	23.8617 ± 0.1748	0.73	23.65
2	4.80	12.0200 ± 0.1383	1.15	11.85
3	4.50	8.1014 ± 0.1662	2.05	7.91
4	4.40	6.1018 ± 0.1503	2.46	5.93

Tabelle 27 E(^{6}Li) = 24 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_\alpha\rangle$	%	Γ
1	4.70	0.15518 ± 0.00137	0.88	0.15552
2	4.40	0.30819 ± 0.00462	1.50	0.30853
3	4.10	0.45785 ± 0.01126	2.50	0.45818
4	4.00	0.60798 ± 0.01752	2.88	0.60831

Tabelle 28 E(^{6}Li) = 26 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_\alpha\rangle$	%	Γ
1	4.90	0.15543 ± 0.00113	0.72	0.15577
2	4.50	0.30787 ± 0.00479	1.56	0.30820.7
3	4.40	0.46032 ± 0.00857	1.86	0.46065
4	4.20	0.60909 ± 0.01590	2.61	0.60942

Tabelle 29 E(^{6}Li) = 25 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_\alpha\rangle$	%	Γ
1	5.00	0.15517 ± 0.00113	0.73	0.15550
2	4.80	0.30871 ± 0.00351	1.14	0.30907
3	4.50	0.45848 ± 0.00931	2.03	0.45882
4	4.40	0.60876 ± 0.01783	2.91	0.60910

Tabelle 30 E(^{6}Li) = 24 MeV

rkungsquerschnitte und Breiten für die Resonanz ^{7}. 41 [33] 31 ⟶ 30 [42] 21

Γ_{rad} = 293.7 eV

D	Γ_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asymt}
1	4.60	17.0490 ± 0.1808	1.06	16.83
2	4.20	8.6372 ± 0.1825	2.11	8.43
3	4.00	5.8082 ± 0.1709	2.94	5.62
4	3.90	4.3789 ± 0.1521	3.47	4.22

Tabelle 31 E(^{6}Li) = 26 MeV

D	Γ_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asymt}
1	4.70	18.7630 ± 0.201	1.07	18.52
2	4.40	9.4830 ± 0.178	1.87	9.28
3	4.20	6.3764 ± 0.169	2.65	6.28
4	4.10	4.8067 ± 0.151	3.15	4.64

Tabelle 32 E(^{6}Li) = 25 MeV

D	Γ_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	$\sigma_{asymt.}$
1	5.00	20.7950 ± 0.1532	0.74	20.61
2	4.60	10.5400 ± 0.1780	1.69	10.33
3	4.50	7.0575 ± 0.1448	2.05	6.89
4	4.30	5.3415 ± 0.1576	2.95	5.17

Tabelle 33 E(^{6}Li) = 24 MeV

D	Γ_{min}	$\langle\Gamma_\gamma\rangle$	%	Γ
1	4.60	0.15486 ± 0.00164	1.06	0.15515
2	4.20	0.30632 ± 0.00641	2.09	0.30662
3	4.00	0.45599 ± 0.01316	2.89	0.45629
4	3.90	0.60521 ± 0.0204	3.38	0.60550

Tabelle 34 E(^{6}Li) = 26 MeV

D	Γ_{min}	$\langle\Gamma_\gamma\rangle$	%	Γ
1	4.70	0.15476 ± 0.00167	1.08	0.15505
2	4.40	0.30689 ± 0.00569	1.86	0.30719
3	4.20	0.45682 ± 0.01192	2.61	0.45712
4	4.10	0.60633 ± 0.01868	3.08	0.60662

Tabelle 35 E(^{6}Li) = 25 MeV

D	Γ_{min}	$\langle\Gamma_\gamma\rangle$	%	Γ
1	5.00	0.15517 ± 0.00113	0.73	0.15546
2	4.60	0.30680 ± 0.00517	1.69	0.30709
3	4.50	0.45844 ± 0.00931	2.03	0.45878
4	4.30	0.60588 ± 0.01757	2.9	0.60618

Tabelle 36 E(^{6}Li) = 24 MeV

Wirkungsquerschnitte und Breiten für die Resonanz J^{π}, $41\,[33]\,31 \longrightarrow {}^{+}30\,[42]\,2$

Γ_{rad} = 258.2 eV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asymt}
1	4.60	14.995 ± 0.16023	1.07	14.80
2	4.30	7.570 ± 0.1356	1.79	7.41
3	4.00	5.107 ± 0.1505	2.95	4.95
4	3.90	3.850 ± 0.1337	3.47	3.71

Tabelle 37 E(^{6}Li) = 26 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asymt}
1	4.70	16.5033 ± 0.1769	1.07	16.29
2	4.40	8.3387 ± 0.1565	1.88	8.16
3	4.20	5.6066 ± 0.1487	2.65	5.47
4	4.10	4.2263 ± 0.1330	3.15	4.08

Tabelle 38 E(^{6}Li) = 25 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asymt}
1	4.90	18.334 ± 0.1697	0.93	18.13
2	4.60	9.267 ± 0.1571	1.70	9.08
3	4.40	6.233 ± 0.1536	2.46	6.06
4	4.30	4.699 ± 0.1386	2.95	4.54

Tabelle 39 E(^{6}Li) = 24 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	4.60	0.15486 ± 0.00164	1.06	0.15512
2	4.30	0.30731 ± 0.00515	1.77	0.30757
3	4.00	0.45599 ± 0.01316	2.95	0.45625
4	3.90	0.60521 ± 0.02045	3.38	0.60546

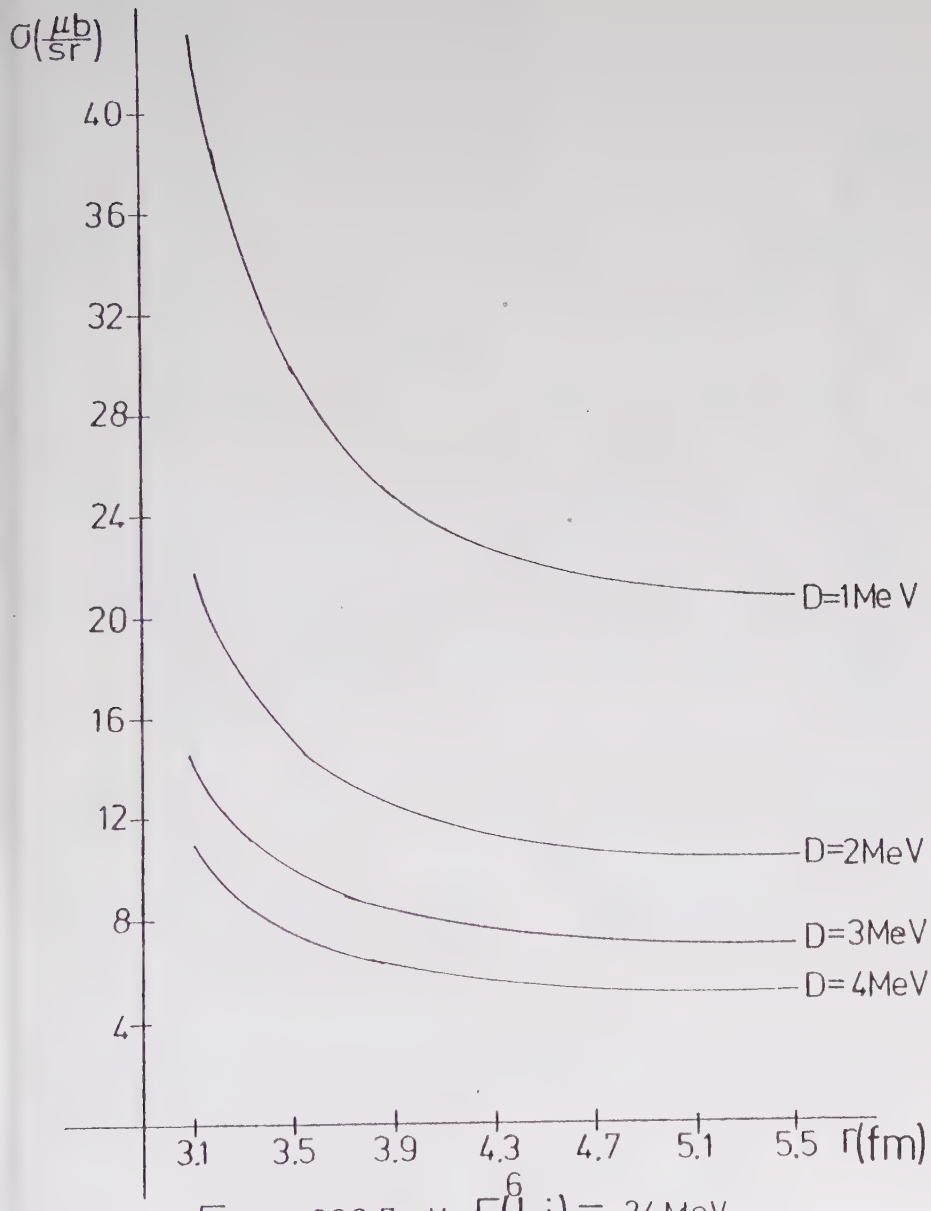
Tabelle 40 E(^{6}Li) = 26 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	4.70	0.15476 ± 0.00167	1.08	0.15501
2	4.40	0.30689 ± 0.00569	1.86	0.30715
3	4.20	0.45682 ± 0.01192	2.61	0.45708
4	4.10	0.60633 ± 0.01868	3.08	0.60658

Tabelle 41 E(^{6}Li) = 25 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	4.90	0.15480 ± 0.00142	0.92	0.15506
2	4.60	0.30680 ± 0.00517	1.69	0.30706
3	4.40	0.45656 ± 0.0111	2.43	0.45682
4	4.30	0.60588 ± 0.01757	2.95	0.60614

Tabelle 42 E(^{6}Li) = 24 MeV



$\Gamma_{rad} = 293.7$ eV $E(^6Li) = 24$ MeV

Abb. 25

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz $4^-_1\,[33]\,3^-_1 \longrightarrow 3^+_0\,[42]\,2^-_1$

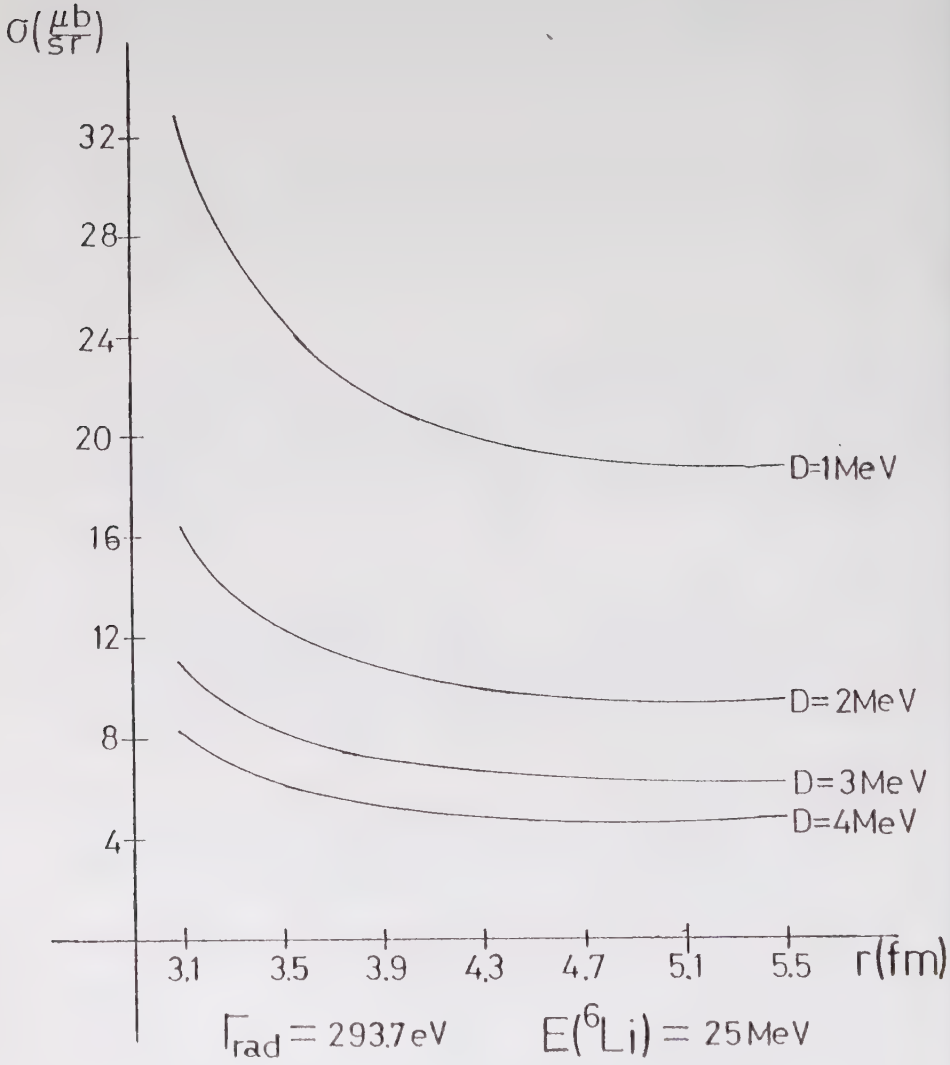


Abb.26

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz $4^{-}_{1}\,[33]\,3_{1} \longrightarrow 3^{+}_{0}\,[42]\,2_{1}$

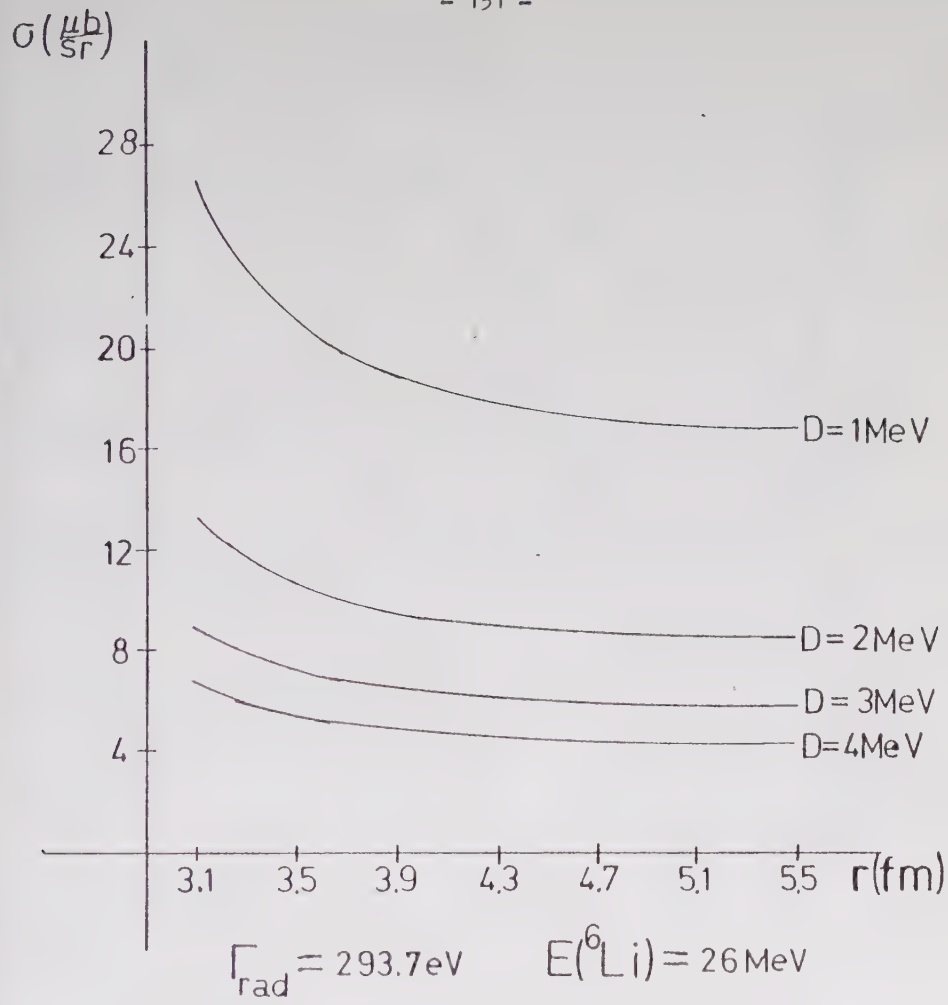


Abb. 27

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz $4^{-}_{1}\,[3^{3}]\,3_{1} \longrightarrow 3^{+}_{0}\,[4^{2}]\,2_{1}$

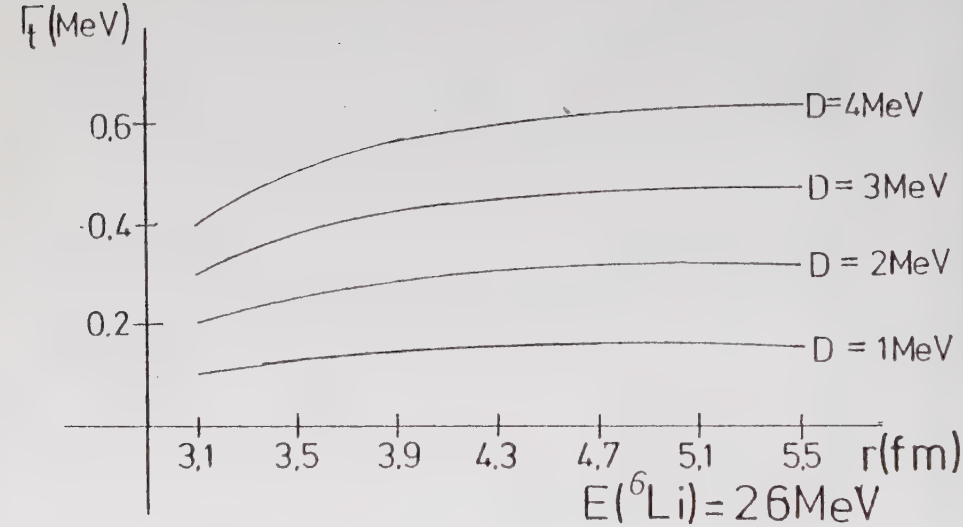


Abb. 28

Teilchenbreiten für die Resonanz $4^{-}_{1}\,[33]\,31 \longrightarrow 3^{+}_{0}\,[42]\,21$

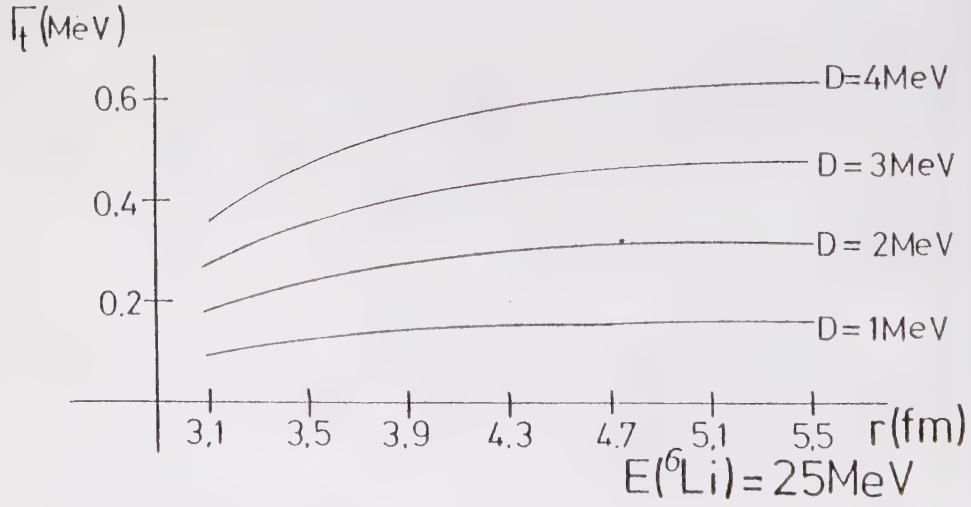


Abb. 29

Teilchenbreiten für die Resonanz $4^{-}_{1}\,[33]\,31 \longrightarrow 3^{+}_{0}\,[42]\,21$

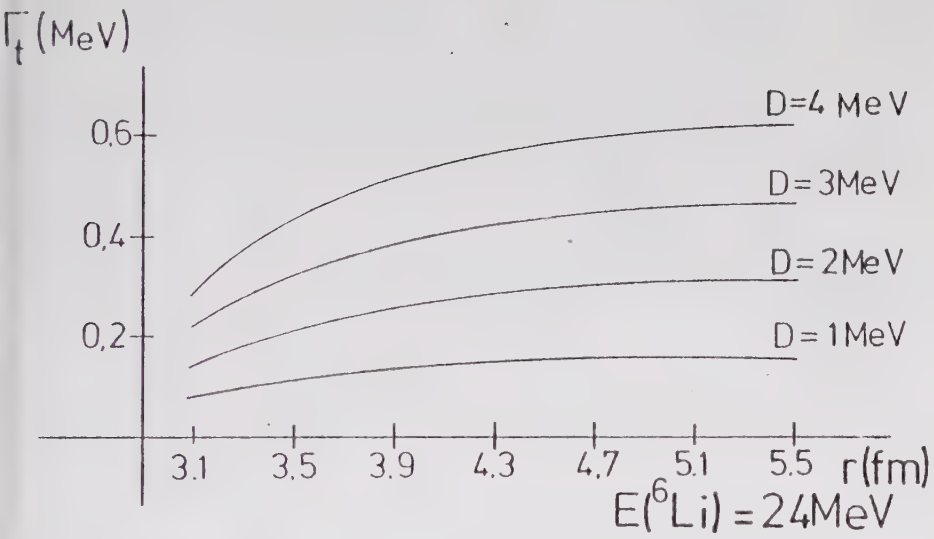


Abb. 30

Teilchenbreiten für die Resonanz $4^-_1\,[33]\,3_1 \longrightarrow 3^+_0\,[42]\,2_1$

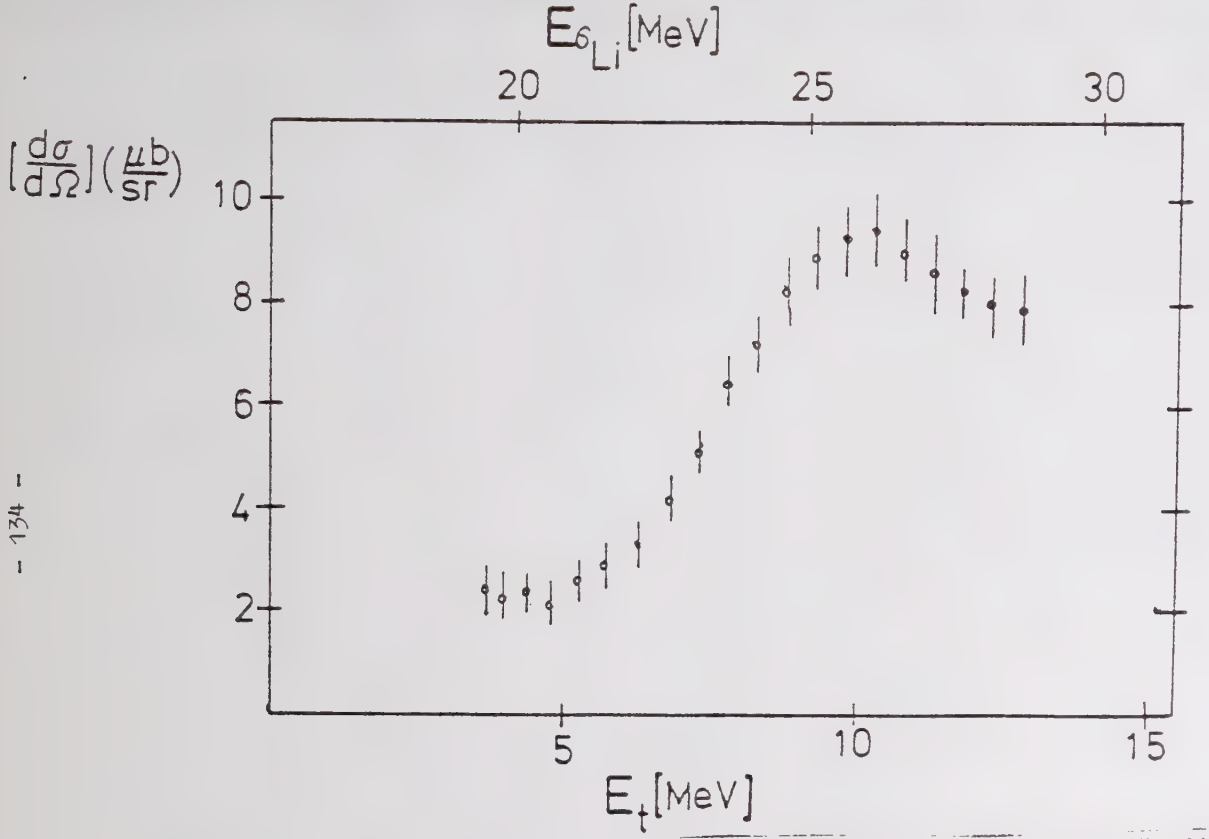


Abb.31

Experimentelle Wirkungsquerschnitte für die γ_1 -Übergang im ^{6}Li Kern nach der Photoeinfangreaktion ^{2}H(^{3}He,γ)^{6}Li aus Ventura et. al. VE 73

Wirkungsquerschnitte für die Resonanzen $\gamma_1 - \bar{3}1\,[33]\,31$ und $\gamma_1 - \bar{2}1\,[33]\,31$ bei $E(^6Li) = 28$ MeV

Theoretische Betrachtung

Da beide Resonanzen bei derselben Energie auftreten, behandeln wir sie gemeinsam.

Wie in den vorigen Fällen handelt es sich wiederum um die Reaktion

$$^6Li + \gamma \longrightarrow {}^6Li^*([33]) \longrightarrow {}^3H + {}^3He$$

Die Ergebnisse für die jeweiligen Wirkungsquerschnitte

$$\sigma_{max} = g(s,d)\,\pi\lambda^2\,\Gamma_{rad}\,\Gamma_t / (\Gamma_{rad} + \Gamma_t)^2$$

sind in Tabelle (43) bis (51) und Abbildung (32) bis (37) angegeben. Die Teilchenbreiten Γ_t beider Resonanzen sind in Tabelle (46) bis (48) und Abbildung (38) bis (40) dargestellt.

In Abbildung (32) bis (34) und Tabelle (43) bis (45) sind die Wirkungsquerschnitte für die Resonanz $\bar{3}1\,[33]\,31$ mit $\Gamma_{rad} = 28.3$ eV zu finden, ebenso in Abbildung (35) bis (37) und Tabelle (49) bis (51) die entsprechende Werte für die Resonanz $\bar{2}1\,[33]\,31$ mit $\Gamma_{rad} = 0.81$ eV.

Alle Abbildungen und Tabellen basieren auf den D-Werten aus $1\text{ MeV} \leqslant D \leqslant 4\text{ MeV}$ und den Resonanzenergien $E(^6Li) = 29$ MeV, 28MeV, 27 MeV.

Man kann, wie in den vorigen $\gamma - [33]$ Übergänge, jedem Parameter ein physikalisches Deutung geben, da sowohl σ als auch Γ_t ab r_{min} radiusunabhängig sind. Auf den Zeichungen und Tabellen kann man sehen, daß die Abweichungen von σ und Γ_t ab r_{min} gering bleiben.

Experimentelle Ergebnise.

Für die Auswertung unsere Ergebnise brauchen wir wiederum wie im vorigen Fall die Daten aus VE 73.

Diesmal ist die Übereinstimmung zwischen den berechneten- und den experimentellen Daten nicht so eindeutig, da die Wirkungsquerschnitte ziemlich klein sind.

Auf der experimentelle Kurve ist nur ein "Beule" bei $E(^6Li) = 28$ MeV zu erkennen, wenn man die Kurve extrapoliert.

Um einen Vergleich mit dem berechneten Wirkungsquerschnitt von $\bar{3}1\,[33]\,31$ und $\bar{2}1\,[33]\,31$ durchzuführen, muß man zunächst die

Tatsache berücksichtigen,daß beide Resonanzen energetisch entartet sind - bei $E(^6Li)$ = 28 MeV - ,so daß auf einer experimentellen Kurve tatsächlich die Summe beider Wirkungsquerschnitte zu sehen ist.Für die korrekte Auswertung muß der direkte Einfang unterdrückt und dann die Resonanz $4\bar{1}[3\bar{3}]31$ subtrahiert werden.

Durch dieses Verfahren erhalten wir ein μb für den gesamten Wirkungsquerschnitt beider Resonanzen.Dies entspricht einigermaßen der Summe beider berechneten Wirkungsquerschnitte wenn man D = 1 MeV, r_{min} = 4.40 fm , Γ_{rad} = 28.43 eV für $3\bar{1}[3\bar{3}]31$ und Γ_{rad} = 0.81 eV für $2\bar{1}[3\bar{3}]31$ jeweils für alle Resonanzenergien $E(^6Li)$ = 29 MeV,28 MeV,27 MeV einsetzt.

Ein Vergleich der berechneten Teilchen- bzw. Gesamtbreiten mit den experimentelle Kurve ist in diesen Fällen nicht möglich,da die experimentelle Kurve in diesem Energiebereich keinen deutlichen Verlauf hat.

irkungsquerschnitte und Breiten für die Resonanz $^{8}_{4}$ 31 [33] 31 ⟶ $^{30}_{3}$ [42] 21

Γ_{rad} = 28.43 e V

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asymt}
1	4.30	1.0916 ± 0.0143	1.31	1.078
2	3.90	0.5536 ± 0.0135	2.43	0.539
3	3.60	0.3739 ± 0.0145	3.88	0.359
4	3.50	0.2820 ± 0.0128	4.55	0.270

Tabelle 43 E(^{6}Li) = 29 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	$\sigma_{asymt.}$
1	4.40	1.1812 ± 0.0152	1.28	1.166
2	4.00	0.5992 ± 0.0146	2.43	0.583
3	3.80	0.4029 ± 0.0135	3.35	0.388
4	3.60	0.3055 ± 0.0112	4.63	0.292

Tabelle 44 E(^{6}Li) = 28 MeV

D	r_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	$\sigma_{asymt.}$
1	4.50	1.2911 ± 0.0163	1.27	1.271
2	4.20	0.6514 ± 0.0138	2.12	0.636
3	4.00	0.4378 ± 0.0129	2.95	0.424
4	3.80	0.3318 ± 0.0136	4.10	0.318

Tabelle 45 E(^{6}Li) = 27 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	4.30	0.15418 ± 0.00220	1.30	0.15183
2	3.90	0.30503 ± 0.0073	2.39	0.30506
3	3.60	0.45205 ± 0.0169	3.74	0.45207
4	3.50	0.59966 ± 0.02611	4.35	0.59969

Tabelle 46 E(^{6}Li) = 29 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	4.40	0.15439 ± 0.00197	1.28	0.15442
2	4.00	0.30532 ± 0.00730	2.39	0.30535
3	3.80	0.45133 ± 0.01480	3.26	0.45136
4	3.60	0.59968 ± 0.02658	4.43	0.59926

Tabelle 47 E(^{6}Li) = 28 MeV

D	r_{min}	$\langle\Gamma_t\rangle$	%	Γ
1	4.50	0.15450 ± 0.00196	1.27	0.15453
2	4.20	0.30632 ± 0.00641	2.09	0.30635
3	4.02	0.45599 ± 0.01316	2.89	0.45602
4	3.80	0.60210 ± 0.02381	3.95	0.60213

Tabelle 48 E(^{6}Li) = 27 MeV

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz $^{+}_{1}\,21\,[33]\,31 \longrightarrow {}^{+}_{3}0\,[42]\,21$
$\Gamma_{rad} = 0.81$ eV

D	T_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asint}
1	4.30	0.02228 ± 0.00029	1.31	0.02194
2	3.90	0.011269 ± 0.000274	2.44	0.01097
3	3.60	0.00761 ± 0.000295	3.88	0.00731
4	3.50	0.00574 ± 0.000261	4.55	0.00548

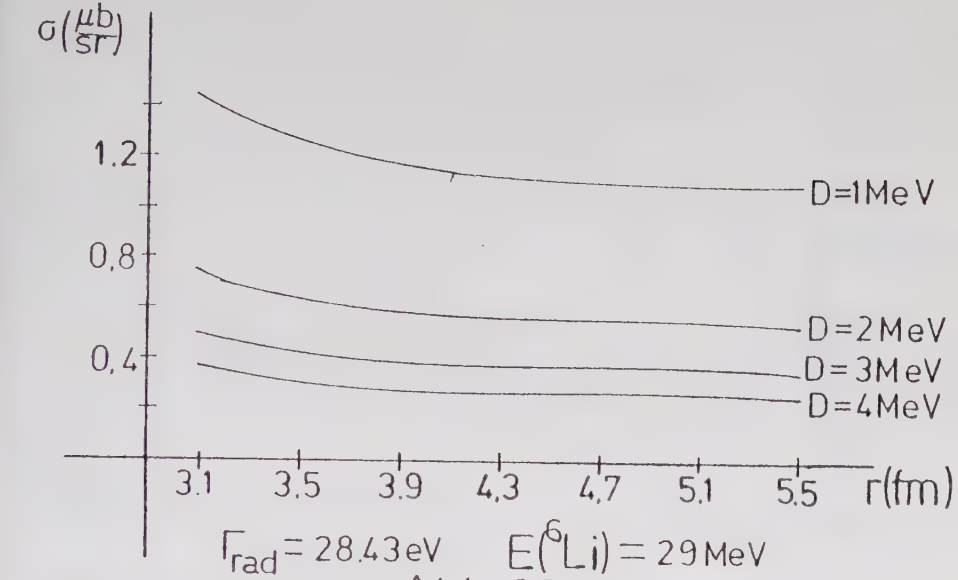
Tabelle 49 $E(^6Li) = 29$ MeV

D	T_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asint}
1	4.10	0.024108 ± 0.000308	1.28	0.02314
2	4.00	0.01220 ± 0.000297	2.44	0.01187
3	3.80	0.0082 ± 0.000275	3.35	0.007913
4	3.60	0.00622 ± 0.000288	4.63	0.00594

Tabelle 50 $E(^6Li) = 28$ MeV

D	T_{min}	$\langle\sigma\rangle$	%	σ_{asint}
1	4.50	0.02688 ± 0.000336	1.28	0.02588
2	4.20	0.013259 ± 0.000281	2.12	0.01294
3	4.00	0.008911 ± 0.000263	2.95	0.00863
4	3.80	0.006753 ± 0.000277	4.10	0.00647

Tabelle 51 $E(^6Li) = 27$ MeV

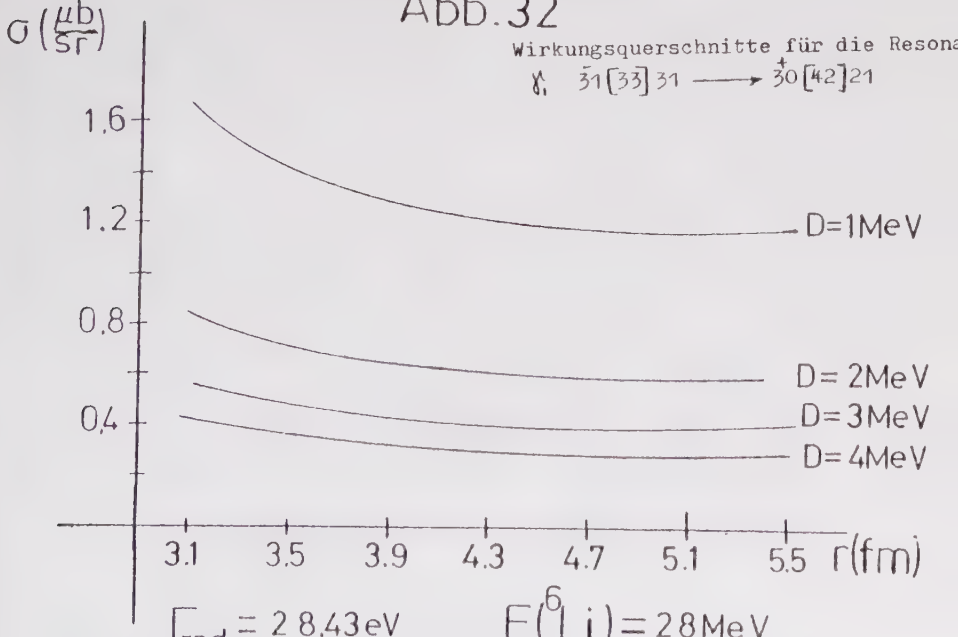


$\Gamma_{rad} = 28.43\,eV$ $E(^6Li) = 29\,MeV$

Abb.32

Wirkungsquerschnitte für die Resona

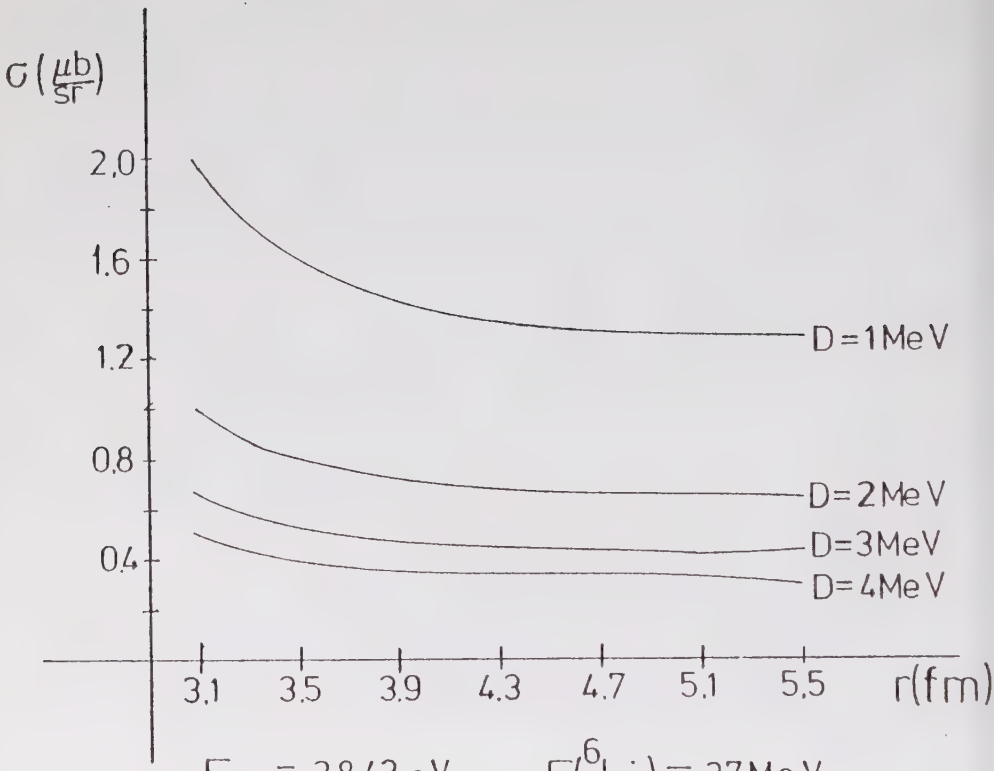
$^{3}_{1}\bar{3}1[33]31 \longrightarrow {}^{3}_{1}\bar{3}0[42]21$



$\Gamma_{rad} = 28.43\,eV$ $E(^6Li) = 28\,MeV$

Abb.33

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz $^{3}_{1}\bar{3}1[33]31 \longrightarrow {}^{3}_{1}\bar{3}0[42]21$



$\Gamma_{rad} = 28{,}43\ eV$ $\quad E(^6Li) = 27\ MeV$

Abb.34

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz γ, $3^+_1[33]31 \longrightarrow 3^+_0[42]21$

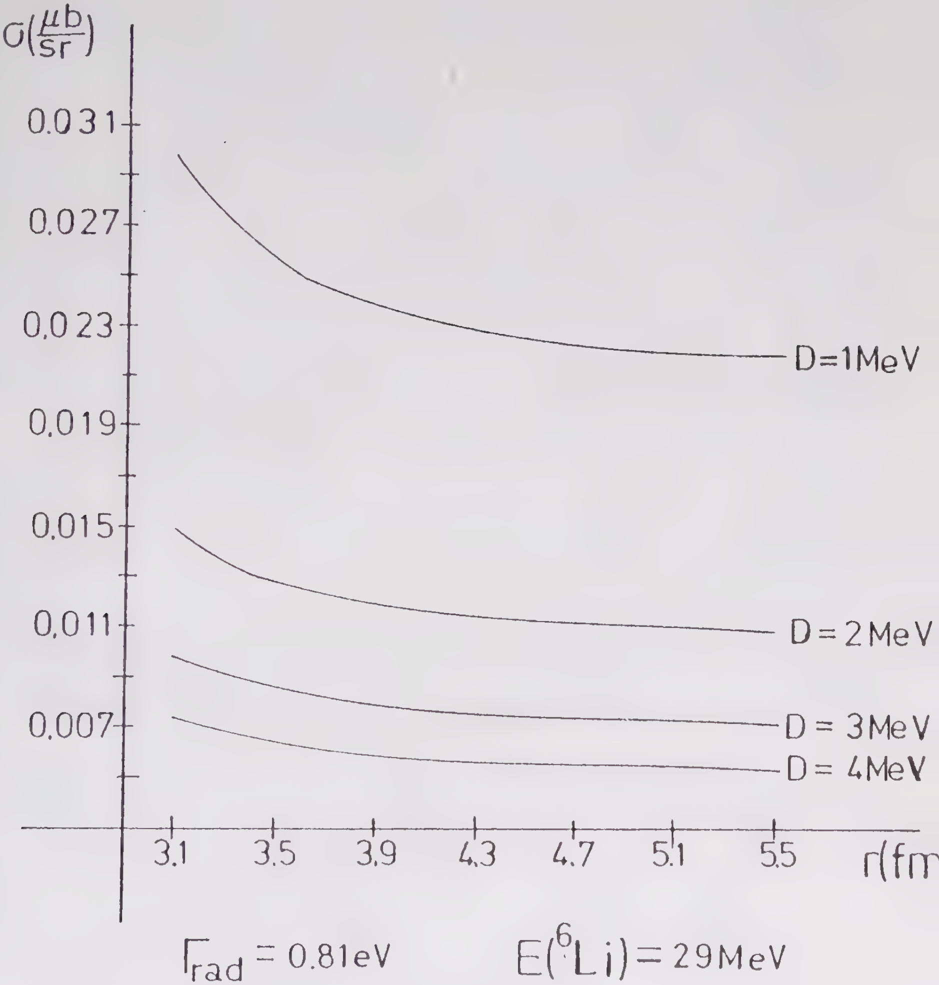


Abb.35

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz γ, $\bar{2}1$ [33] 31 ⟶ $\bar{3}0$ [42] 21

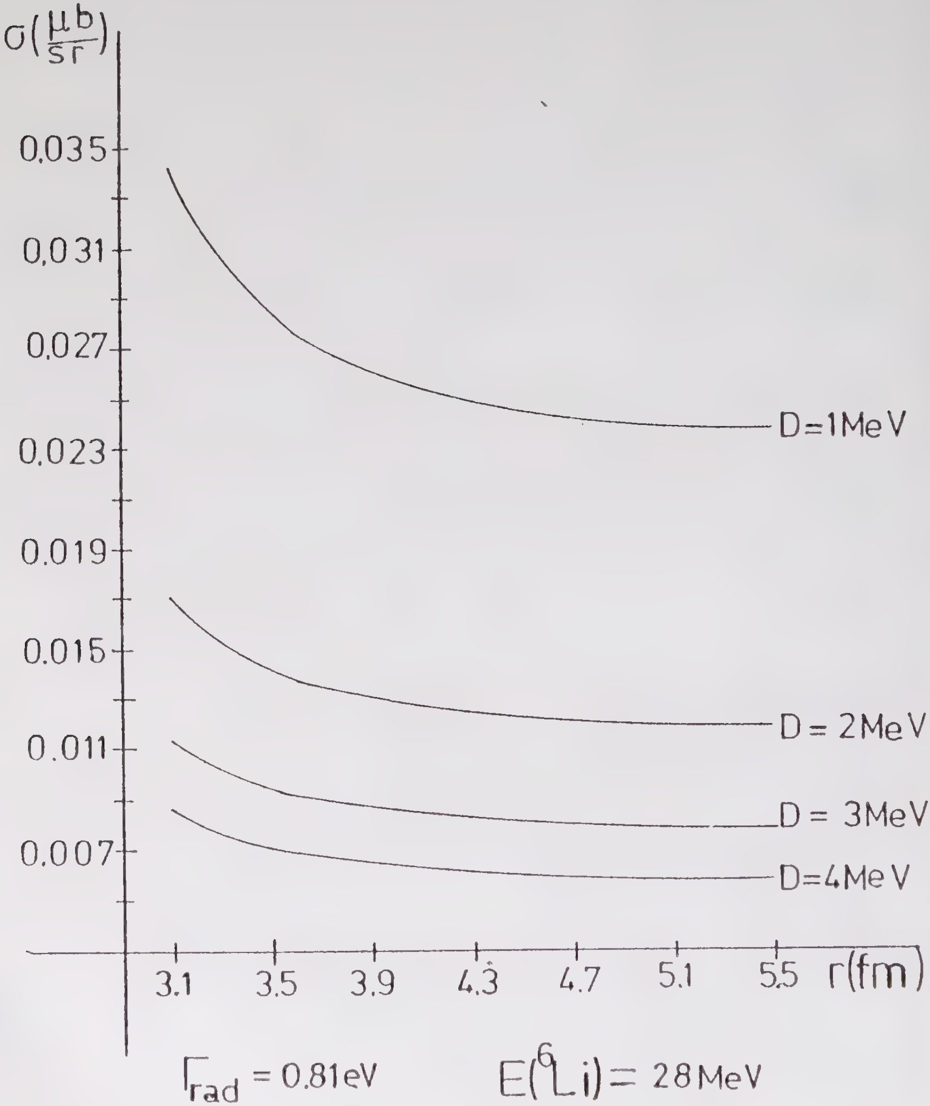


Abb. 36

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz γ_1 21 [33] 31 ⟶ 30 [42] 21

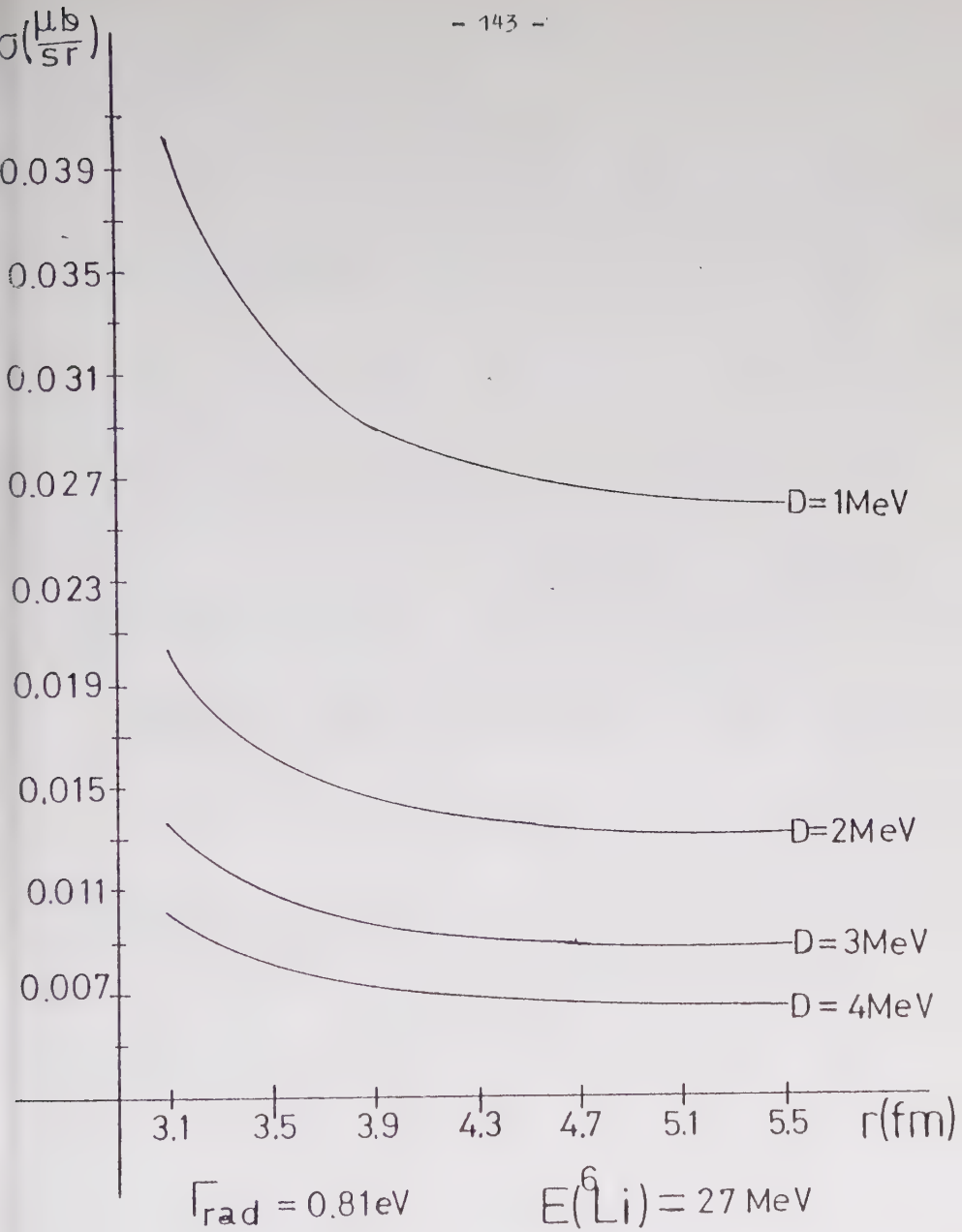


Abb. 37

Wirkungsquerschnitte für die Resonanz χ_1 21 [33] 31 ⟶ 30 [42] 21

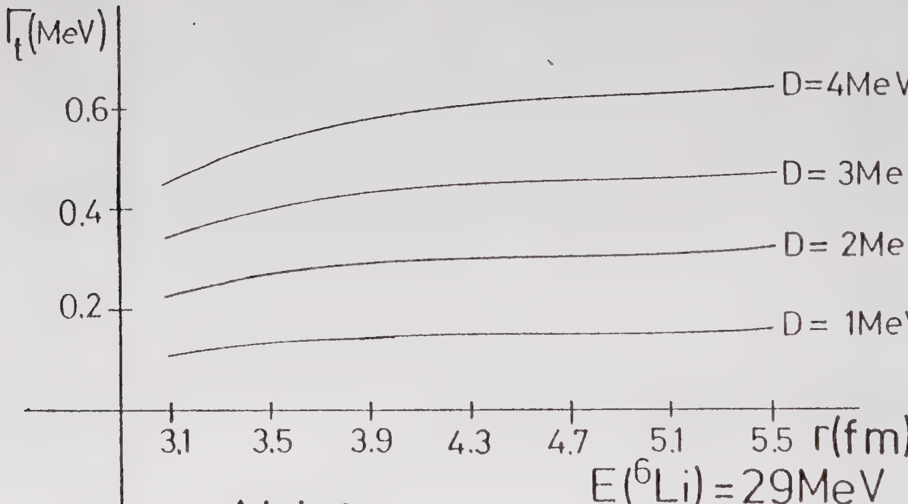


Abb.38

Teilchenbreiten für die Resonanzen γ_1 $\tilde{3}1$ [33] 31 und $\tilde{2}1$ [33] 31

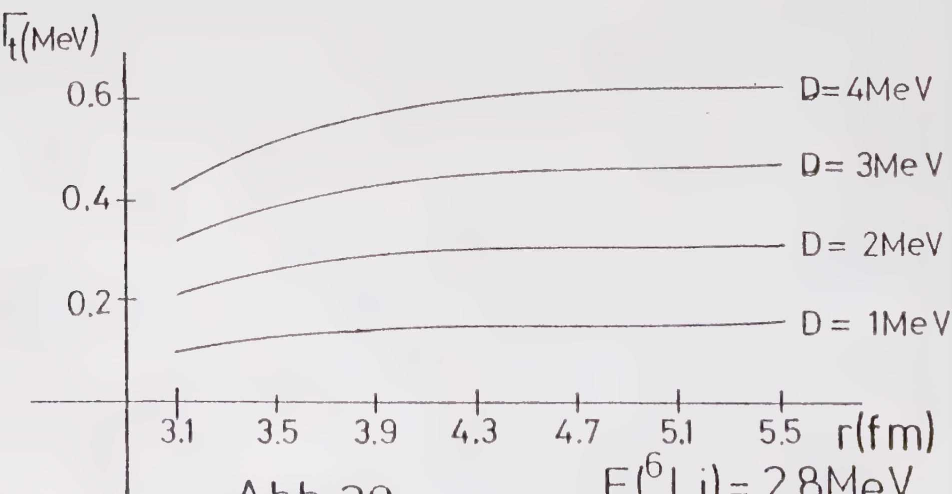


Abb.39

Teilchenbreiten für die Resonanzen γ_1 $\tilde{3}1$ [33] 31 und $\tilde{2}1$ [33] 31

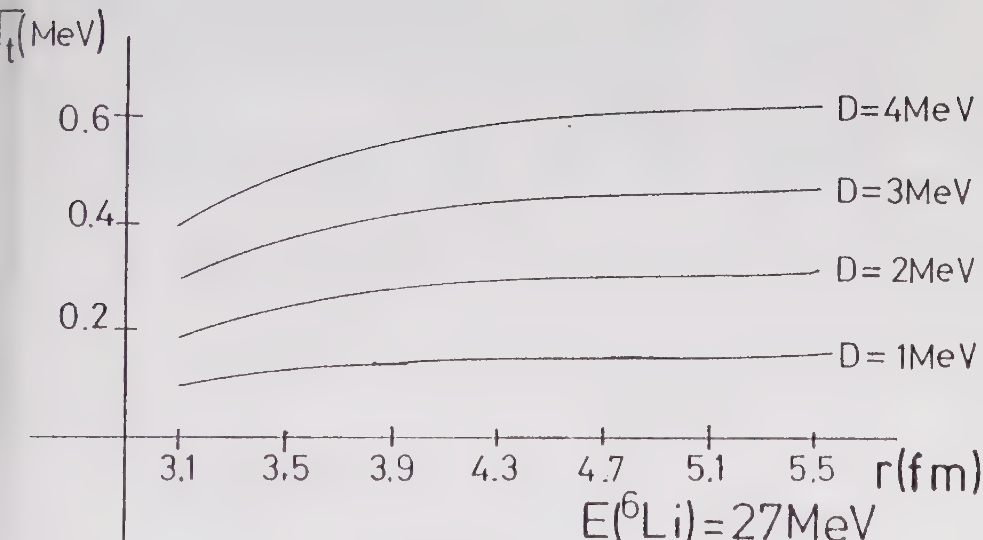


Abb.40

Teilchenbreiten für die Resonanzen δ_1^1 $\bar{3}1\,[3\bar{3}]\,31$ und $\bar{2}1\,[3\bar{3}]\,31$

D4.- Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

1) Die vorliegenden Rechnungen zeigen,daß elektromagnetische Prozesse im Clusteransatz des Supermultiplettschemas auch für Konfigurationen erklärt werden können,die im Schalenmodell nicht ohne Mühe zugänglich sind.

2) Mittels des Zwischenkernansatzes gelingt es,Wirkungsquerschnitte für Resonanzen wie z. B. γ_1 mit Struktur JTfLS = $\overline{41}[33]31$ in Übereinstimmung mit den Experimenten zu berechnen.Die Struktur der Resonanzen,d.h. ihre energetische Lage,ihre Gesamtdrehimpulse,Bahndrehimpulse,Spins und Bahnpartitionen ergeben sich ausschließlich aus Rechnungen im Clusteransatz mit effektiven Zweiteilchen-Wechselwirkungen.

Die elektromagnetischen Übergangswahrscheinlichkeiten zeigen insbesondere in Abhängigkeit von der Partition große Unterschiede, welche in unmittelbarem Zusammenhang mit den verschiedenen Austauschanteilen stehen.

3) Die auftretenden Abweichungen bezüglich der Teilchen- und Gesamtbreite der Resonanzen sind auf folgende Gründe zurückzuführen

a) Es wurde eine einfache und nur näherungsweise gültige Breit-Wigner-Einniveauformel verwendet.

b) Mit dieser Näherung werden die Teilchenfragmentkanäle zu grob beschrieben.

c) Die Rechnung ergibt für γ_1-Übergänge mehrere Resonanzen,die sich teilweise überlappen.

4) Andere Bahnpartitionen und entsprechende Teilchenfragmentkanäle können im Sechsnukleonensystem bei dieser Energie eine Rollen spielen.Es können zum Beispiel,für die Partition f = $[411]$ folgende Reaktionen und Schwellen auftreten

^{5}Li + n	bei 5.66 MeV
^{5}He + p	bei 4.66 MeV
^{4}He + n + p	bei 3.69 MeV

Für die Partition f = [321] sind die entsprechenden Reaktionen und Schwellen

^{3}He + d + n bei 22.05 MeV

^{3}H + d + p bei 21.28 MeV

(Siehe AJ 79)

Es ist daher unter Umständen notwendig,auch diese Partitionen und entsprechende Mischungen zu berücksichtigen.

5) Zur Aufklärung der Reaktionen mit Teilchenkanälen und elektromagnetischen Übergängen sind bessere Experimente notwendig. Die vorliegenden Experimente sind weitgehend qualitativ,die einzelnen Teilchenkanäle sind nicht voneinander getrennt und Polarisation und Spin wurden nicht gemessen.

Die Rechnungen zeigen,daß eine Reihe von sehr verschiedenartigen Resonanzen auftreten können,so daß entsprechende Experimente von großem Interesse sind.

Literaturverzeichnis

AB 68 Abramowitz,M. & Stegun,I. "Handbook of Mathematical Functions" Dover 1968.

AJ 79 Ajzenberg-Selove,F. Nucl. Phys. A320(1979)1

BA 55 Bateman "Higher Trascendental Functions" Vol.3 Mc.Graw-Hill 1955.

BL 52 Blatt,J.M. and Weißkopf,V.F. "Theoretical Nuclear Physics " John Wiley & Sons 1952.

BR 67 Brody,T.A. & Moshinsky,M. " Tables of Transformation Brackets" Gordon & Breach 1967.

ED 57 Edmonds,A.R. "Angular Momentum in Quantum Mechanics" Princeton Press 1957.

EL 68 Elliott,J.P. Jackson,A.D. Mavromatis,H.A. Sanderson,E.A. Singh,B., Nucl. Phys. A121(1968)241.

HA 59 Hall,M."Theory of Groups", Mcmillan,1959.

HA 62 Hammermesh,M. " Group Theory and its Applications to Physical Problems"Addison-Wesley,1962.

HA 65 Hayward,E. & Stovall,T. Nucl. Phys. 69(1965)241.

HE 47 Heïtler,W. " The Quantum Theory of Radiation " Oxford University Press 1947.

JA 51 Jahn,H.A. and Van Wieringen,H. Proc. Roy. Soc. A209(1951) 502.

KR 69 Kramer,P. & Seligman,T.H. Nucl. Phys. A136(1969)545.

KR 70 Kramer,P. Revista Mexicana de Física 19(1970)241.

KR 72 Kramer,P. & Seligman,T.H. Nucl. Phys. A186(1972)49

KR 73 Kramer,P. & Schenzle,D. Nucl. Phys. A204(1973)593.

KR 80 Kramer,P. John,G. Schenzle,D. " Group Theory and Interactions of Composite Particle Systems.Vieweg 1980.

MO 59 Moshinsky,M. Nucl.Phys. 13(1959)104.

MO 69 Moshinsky,M. " The Harmonic Oscillator,from Atoms to Quarks" Gordon & Breach 1969.

MU 70 Murakami,A. J. Phys. Soc. Japan 28(1970)1.

RO 67 Roy,R.R. & Nigam,B.P. "Nuclear Physics" John Wiley & Sons 1967.

SC 74 Schenzle,D. Dissertation,Tübingen 1974.

SE 69 Seligman,T.H. Dissertation Tübingen 1969.

SE 75 Seligman,T.H. Habilitationschrift Tübingen 1975.

SH 67 Shakin,C.M. Waghmare,Y.R. Tomaselli,M. and Hull,M.H. Phys. Rev. 161(1967)1015.

SO 73 Sommer,B. Berecht Jül-924-KP ; KFA-Jülich 1973.

TH 68 Thompson,D.R. & Tang,Y.C. Nucl.Phys. A106(1968)591.

VE 71 Ventura,E. Chang,C.C. and Meyerhof,W.E. Nucl. Phys. A173 (1971)1.

VE 73 Ventura,E. Calarco,J.R. Meyerhof,W.E. Young,A.M. Phys. Lett. 46B(1973)364.

VL 77 Vlastou,R. England,J.B.A. Karban,O. Baird, S. Nucl. Phys. A292(1977)29.

L E B E N S L A U F

Velazquez, Homero

Am 15.11.1945 wurde ich als Sohn des Arztes Margarito Velazquez und dessen Ehefrau Maria in León Gto., Mexiko geboren.

Von 1951 bis 1957 besuchte ich die Grundschule in León Gto., Mexiko und von 1958 bis 1962 das Gymnasium in Mexiko City.

Danach von 1963 bis 1966 studierte ich Physik und Mathematik an der Hochschule für Physik und Mathematik der Politechnikum in Mexiko. Das graduierte Studium machte ich von 1967 bis 1974 in derselben Hochschule mit mehreren Unterbrechungen.

Während der Jahre 1973/1974 habe ich die "Licenciado en Fisica y Matematicas"-Arbeit: "Calculation of the transformation Coefficients for three Body States" unter Anleitung von Dr. Humberto Garcilazo und die "Maestro en Ciencias"-Arbeit: "Decoupled Integral Equations for three Body Reactions" unter Anleitung von Dr. Humberto Garcilazo und Dr. Clicerio Avilez, angefertigt.

Am 7. März 1974 legte ich die Prüfung für "Licenciado en Fisica y Matematicas" und am 3. Oktober desselben Jahres die Prüfung für "Maestro en Ciencias", ab.

Seit April 1976 bin ich bei Prof. Dr. Peter Kramer im Institut für Theoretische Physik beschäftigt und unter seiner Anleitung entstand in diesem Zeitraum die hier vorgelegte Dissertation.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren: L. García-Colin, H. Garcilazo, E. Braun, P.A. Mello, C. Avilez, M. Moshinsky, A. Cisneros, P. Kramer, G. Möllenstedt, H. Krüger, R. Speidel, E. Schmid, K.-H. Gaukler, A. Fäßler, R. Hübener und H.V. McIntosh.